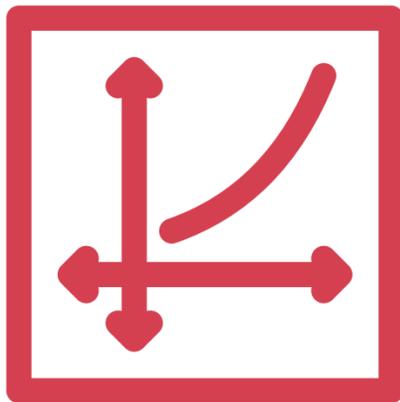


الدوال الأسية

أ. عادة الفضلي





المحاور الرئيسية للدرس:

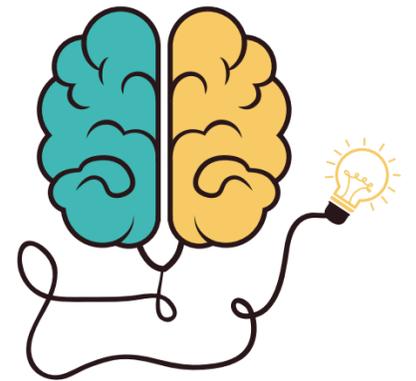
أتعرف الدالة الأسية

أمثل الدالة الأسية و دوال النمو الأسي
بيانياً

أمثل دوال الاضمحلال الأسي بيانياً

فيما سبق

درست دوال
كثيرات
الحدود و
تمثيلها
بيانياً

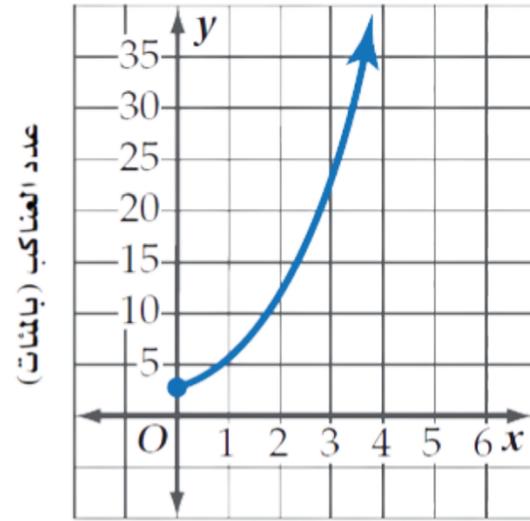


المفردات

- الدالة الأسية
- النمو الأسي
- عامل النمو
- الاضمحلال الأسي
- عامل الاضمحلال



لماذا؟



السنوات منذ 2010

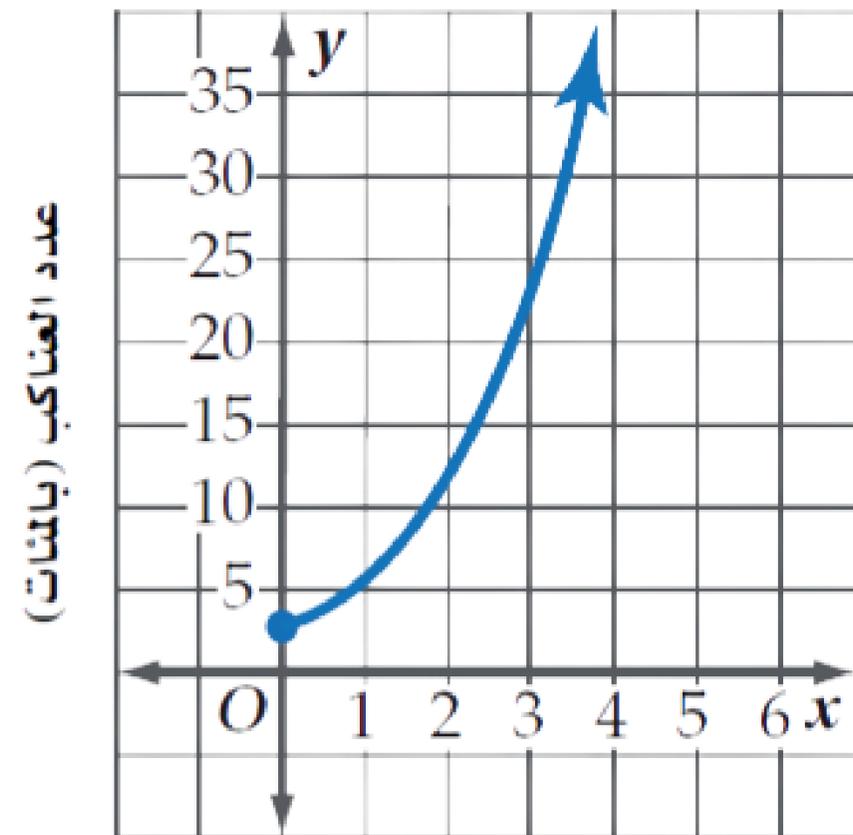
قد تبدو عناكب الرتيلاء (Tarantulas) مخيفة بأجسامها الكبيرة المغطاة بالشعر وأرجلها الكبيرة، ولكنها غير مؤذية للإنسان، ويبيّن التمثيل المجاور الزيادة في أعدادها عبر الزمن.

هل توجد قيمة
للمتغير المستقل x
تجعل
قيمة المتغير y
صفرًا؟

ما قيمة y
عندما
 $x=0$ ؟

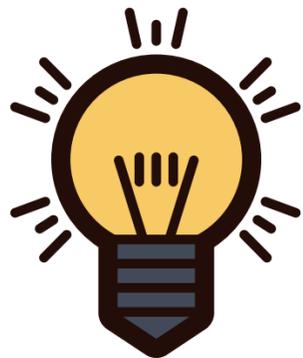
لماذا لا تعد الدالة
 $y = 3(2)^x$
دالة تربيعية؟

في فقرة
لماذا!



السنوات منذ 2010

لاحظ



لاحظ أن هذا التمثيل ليس خطياً، وليس تربيعياً أيضاً، وإنما يمثل الدالة $y = 3(2)^x$ ، والتي هي مثال على الدالة الأسية.

الدالة الأسية



أمثلة:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = 4^x$$

$$y = 2(3)^x$$

هي دالة مكتوبة على الصورة

$$y = ab^x$$

بحيث أن:

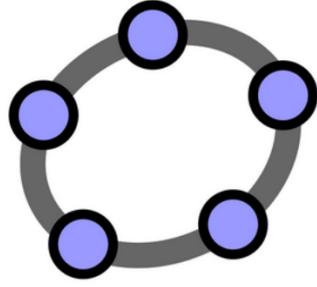
$$a \neq 0$$

$$b > 0$$

$$b \neq 1$$

لاحظ أن الأساس في الدالة الأسية ثابت، وأن الأس هو المتغير المستقل.





تمثيل الدالة الأسية عندما $a > 0$ ، $b > 1$



مثال 1

تحقق من فهمك

(1A) مثل الدالة $y = 7^x$ بيانياً، وأوجد مقطع المحور y ، وحدد مجال الدالة ومداهما.

(1B) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $7^{0.5}$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.



مثال 1

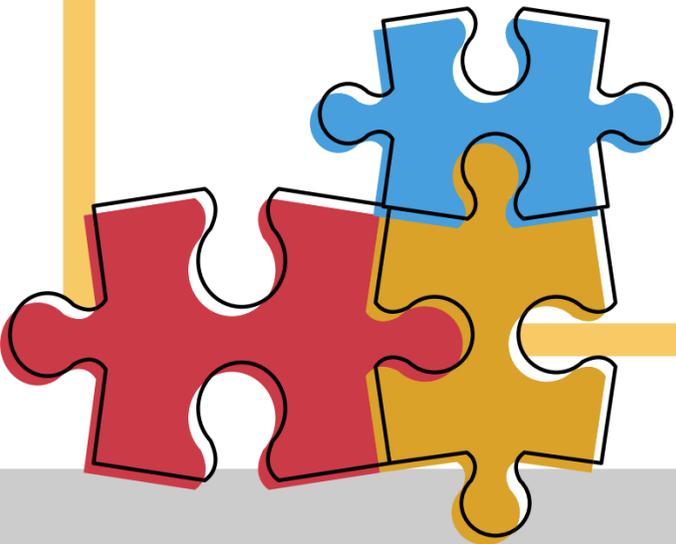
تمثيل الدالة الأسية عندما $a > 0$ ، $b > 1$ 

الدقيقة الواحدة

تدرب وحل المسائل

✓ مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وأوجد مقطع المحور y ، وحدد مجالها ومداهما، ثم استعمل تمثيلها البياني؛ لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.:: (مثال 1)

$$(1) \quad y = 2^x, \quad 2^{1.5}$$



تمثيل الدالة الأسية عندما $a > 0$ ، $0 < b < 1$



مثال 2

تحقق من فهمك

(2A) مثل الدالة $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ بيانياً، وأوجد مقطع المحور y ، وحدد مجال الدالة ومداهما.

(2B) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2.5} - 1$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.



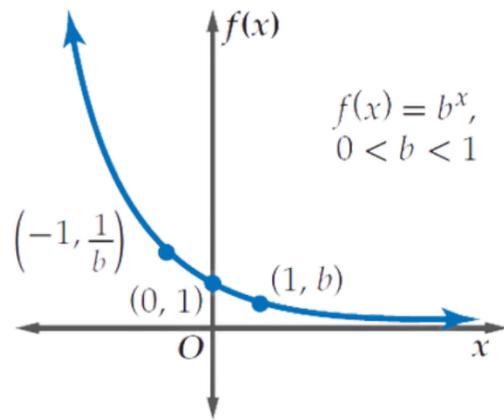


الدوال الأسية



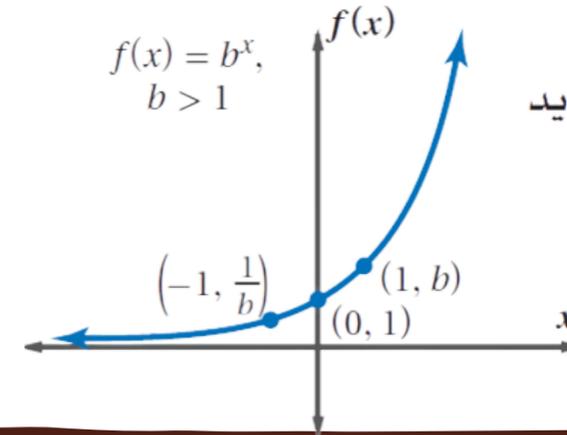
$$f(x) = b^x$$

دوال الإضمحلال الأسية $0 < b < 1$



خصائص منحنى الدالة: متصل، متباين، متناقص

دوال النمو الأسية $b > 1$



خصائص منحنى الدالة: متصل، متباين، متزايد

مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المجال:

مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (R⁺)

المدى:

المحور x

خط التقارب:

1

مقطع المحور y:



الدوال الأسية



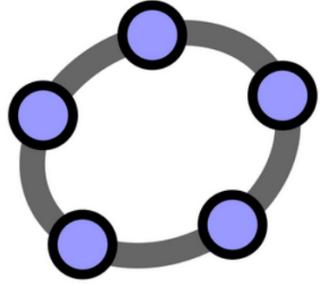
$$f(x) = b^x$$

دوال الإضمحلال الأسي $0 < b < 1$

يمكنك تمثيل دوال الإضمحلال الأسي بيانياً بنفس طريقة تمثيل دوال النمو الأسي، ونلاحظ أن قيم $f(x)$ تقل كلما زادت قيم x ، ولذلك نقول: إن $f(x)$ دالة متناقصة.
وكما في النمو الأسي، فإنه يمكنك تمثيل النقص في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية باستعمال دالة الإضمحلال الأسي $A(t) = a(1 - r)^t$ ، حيث a القيمة الابتدائية، r النسبة المئوية للإضمحلال في الفترة الزمنية الواحدة. لاحظ أن أساس العبارة الأسية هو $(1 - r)$ ، ويُسمى عامل الإضمحلال.
وتستعمل دوال الإضمحلال الأسي عادة في التطبيقات المالية.

دوال النمو الأسي $b > 1$

لاحظ أن قيم $f(x)$ تزداد كلما زادت قيم x . ولذلك نقول: إن $f(x)$ دالة متزايدة. يمكنك تمثيل الزيادة في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية باستعمال دالة النمو الأسي $A(t) = a(1 + r)^t$ ، حيث t الفترة الزمنية، a القيمة الابتدائية، r النسبة المئوية للنمو في الفترة الزمنية الواحدة. لاحظ أن أساس العبارة الأسية هو $(1 + r)$ ويُسمى عامل النمو.
وتستعمل دوال النمو الأسي عادة لتمثيل النمو السكاني.



تمثيل دوال النمو الأسّي بيانياً

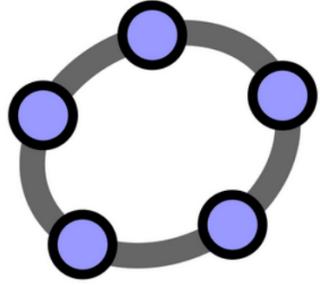


مثال 3

تحقق من فهمك

(3) **ثقافة مالية:** يتوقع أن يزداد إنفاق عائلة بما نسبته 8.5% سنوياً، إذا كان إنفاق العائلة عام 1430 هـ هو 80000 ريال، فأوجد معادلة أسية تمثل إنفاق العائلة منذ عام 1430 هـ، ثم مثلها بيانياً باستعمال الحاسبة البيانية.





تمثيل دوال الإضمحلال الأسي بيانياً



مثال 4

تحقق من فهمك

4) يحتوي كوب من الشاي الأسود على 68mg من الكافيين. أوجد معادلة أسية تمثل كمية الكافيين المتبقية في جسم شخص يافع بعد شربه كوباً من الشاي الأسود، ومثلها بيانياً مستعملاً الحاسبة البيانية، ثم قدر كمية الكافيين المتبقية في جسمه بعد ساعتين من شربه الكوب.



خريطة مفاهيم



التحويلات الهندسية



تمدد

تمدد رأسي

$$g(x) = a \cdot f(x)$$

تضييق

$$0 > a > 1$$

توسع

$$a > 1$$

انعكاس

حول محور y

$$g(x) = f(-x)$$

إنسحاب

إنسحاب رأسي

$$f(x) - k \downarrow \quad f(x) + k \uparrow$$

إنسحاب أفقي

$$f(x + k) \leftarrow \quad f(x - k) \rightarrow$$

تحويلات التمثيلات البيانية لدوال النمو الأسية

مثال 5

تحقق من فهمك

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدّد مجالها، ومداهما:

$$y = 0.1(6)^x - 3 \quad (5B)$$

$$y = 2^x + 3 - 5 \quad (5A)$$



تحويلات التمثيلات البيانية لدوال النمو الأسّي

مثال 5

تدرب و حل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدّد مجالها، ومداهما:

$$f(x) = 4^{x+1} - 5 \quad (8)$$

$$f(x) = 2(3)^x \quad (7)$$



تحويلات التمثيلات البيانية لدوال الإضمحلال الأسي



مثال 6

تحقق من فهمك

مثل كل دالة مما يأتي بياناً، وحدّد مجالها، ومداهما:

$$y = \frac{3}{8} \left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1 \quad (6)$$



تحويلات التمثيلات البيانية لدوال الإضمحلال الأسي



مثال 6

تدرب وحل المسائل

مثل كل دالة مما يأتي بياناً، وحدد مجالها، ومداه:

$$f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4 \quad (13)$$



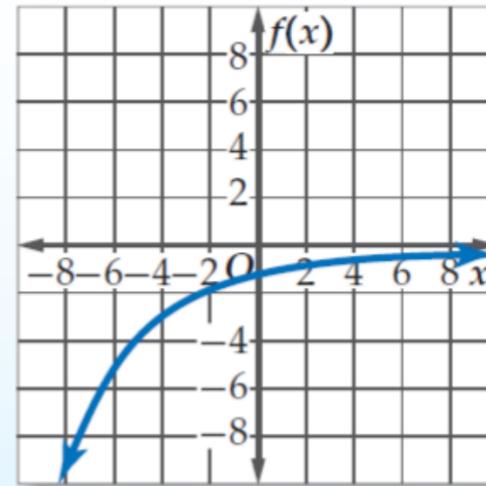
مهارات التفكير العليا



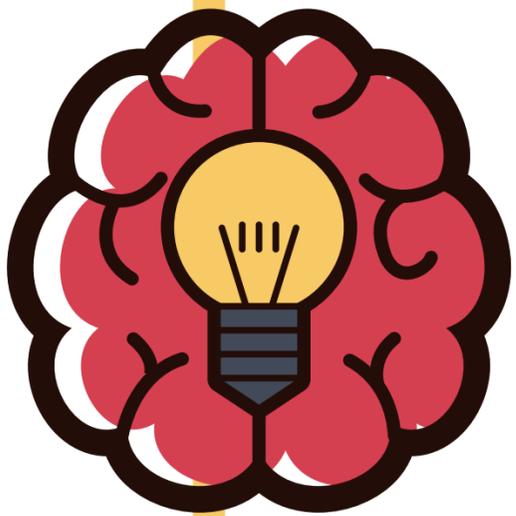
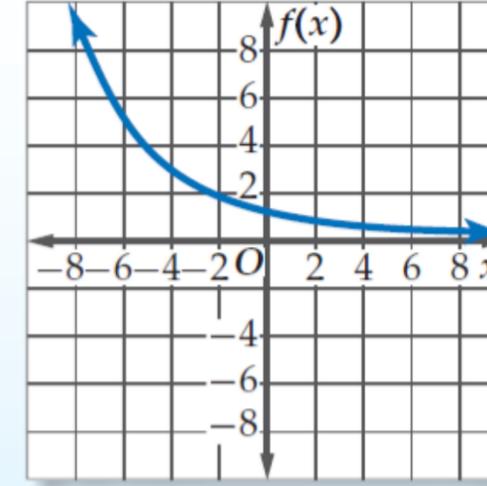
(30) اكتشف الخطأ: طُلب إلى عمر وماجد أن يمثلوا الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$ بيانياً. أي منهما تمثيله صحيح؟ وضح إجابتك.



ماجد



عمر



تحصيلي

أي من الأعداد الآتية لا ينتمي إلى مجال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$ ؟

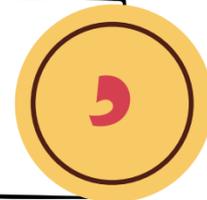
2



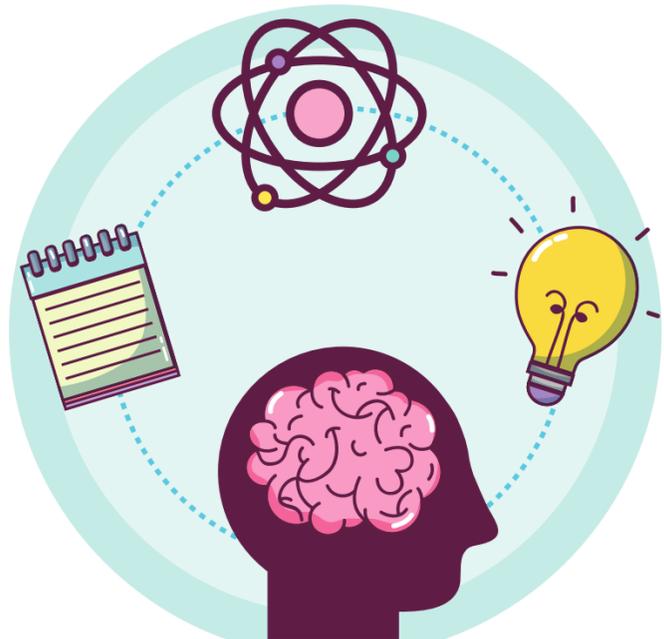
3



0



1



الواجب





<https://t.me/GhadahAlfadhly>



https://t.me/RAFAH_Secondary5



Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter

لمزيد من
العروض
التقديمية