3-1

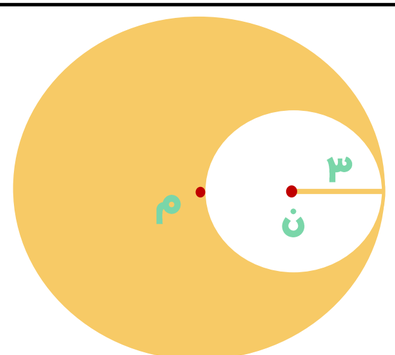
المتطابقات المثلثية

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@Math_Ghadah

قدرات

من الشكل المقابل ، ما مساحة الجزء المظلل ؟



أ) ٢٧ط

ب) ٣٦ط

ج) ٩ط

د) ٦٤ط

المحاور الرئيسية للدرس :

أستعمل المتطابقات المثلثية
لإيجاد قيم الدوال المثلثية

أستعمل المتطابقات المثلثية
لتبسيط العبارات

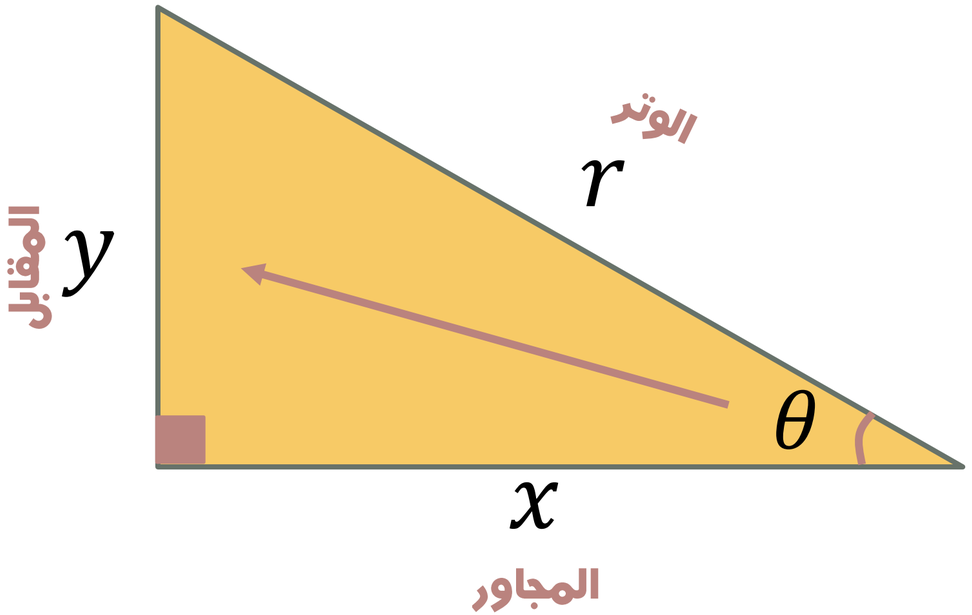
فيما سبق

درست كيفية إيجاد
قيم الدوال
المثلثية

المفردات

- المتطابقة
- المتطابقة المثلثية
- المتطابقة النسبية
- متطابقات المقلوب
- متطابقات فيثاغورس
- متطابقات الزاويتين المتتامتين
- متطابقات الزوايا الزوجية و الفردية

تذكر



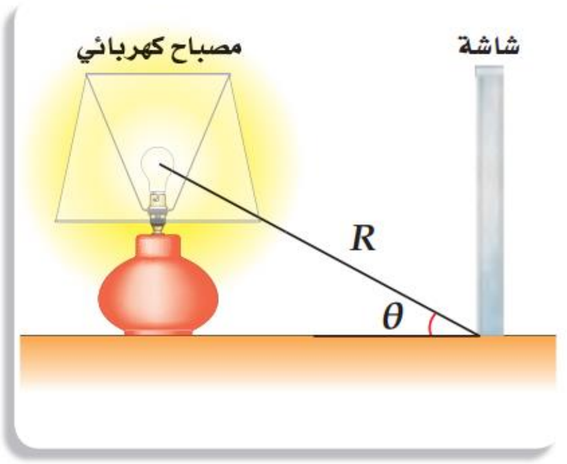
الدوال المثلثية :

- $\sin\theta = \frac{y}{r}$
- $\cos\theta = \frac{x}{r}$
- $\tan\theta = \frac{y}{x}\ , x \neq 0$
- $\cot\theta = \frac{x}{y}\ , y \neq 0$
- $\sec\theta = \frac{r}{x}\ , x \neq 0$
- $\csc\theta = \frac{r}{y}\ , y \neq 0$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

تُسمّى كمية الضوء الساقطة من مصدر ضوئي على سطح، الاستضاءة (E). وتقاس الاستضاءة بوحدة قدم / شمعة، وترتبط بالمسافة R مقيسة بالأقدام بين المصدر الضوئي والسطح بالعلاقة $\sec\theta = \frac{I}{ER^2}$ ، حيث I شدة إضاءة المصدر مقيسة بالشمعة، و θ هي الزاوية بين شعاع الضوء والمستقيم العمودي على السطح (الشاشة)، وتستعمل هذه العلاقة في التطبيقات الضوئية والبصرية كالإضاءة والتصوير.



العصف الذهني

ما المتغيرات التي تظهر في بسط العبارة التي في الطرف الأيمن من صيغة الإضاءة؟ وفي المقام؟

ماذا تساوي النسبة $\sec\theta$ في مثلث قائم الزاوية؟

ما متطابقة المقلوب للنسبة المثلثية: $\sec\theta$؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

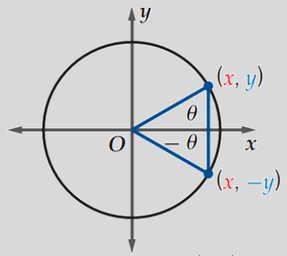
المتطابقات المثلثية الأساسية :

تكون المعادلة **متطابقة**
إذا تساوى طرفاها لجميع قيم المتغيرات فيها .

المتطابقة المثلثية :
هي متطابقة تحوي دوال مثلثية .

المتطابقات المثلثية الأساسية

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

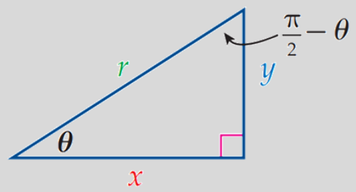


$\sin \theta = y$ $\quad \sin(-\theta) = -y$

$\cos \theta = x$ $\quad \cos(-\theta) = x$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

متطابقات الزاويتين المتتامتين

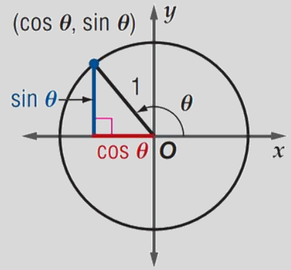


$\sin\theta = \frac{y}{r} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

متطابقات فيثاغورس



$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$
$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

المتطابقات النسبية

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$$

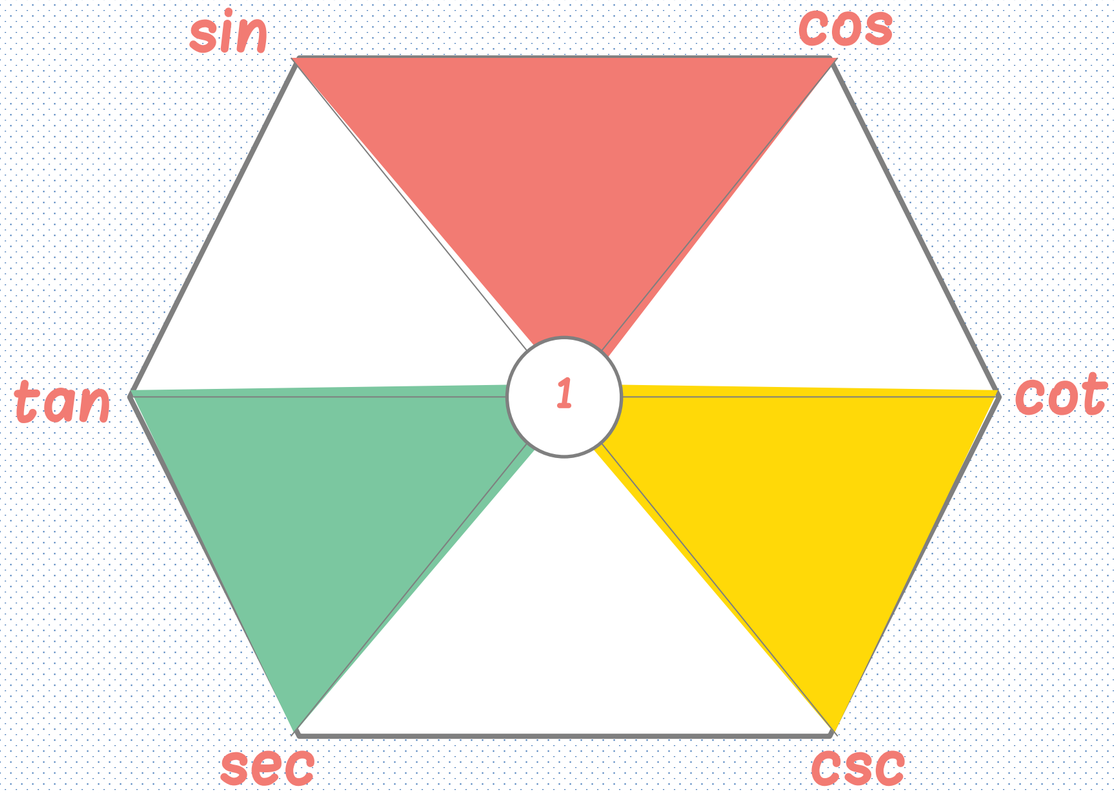
$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$$

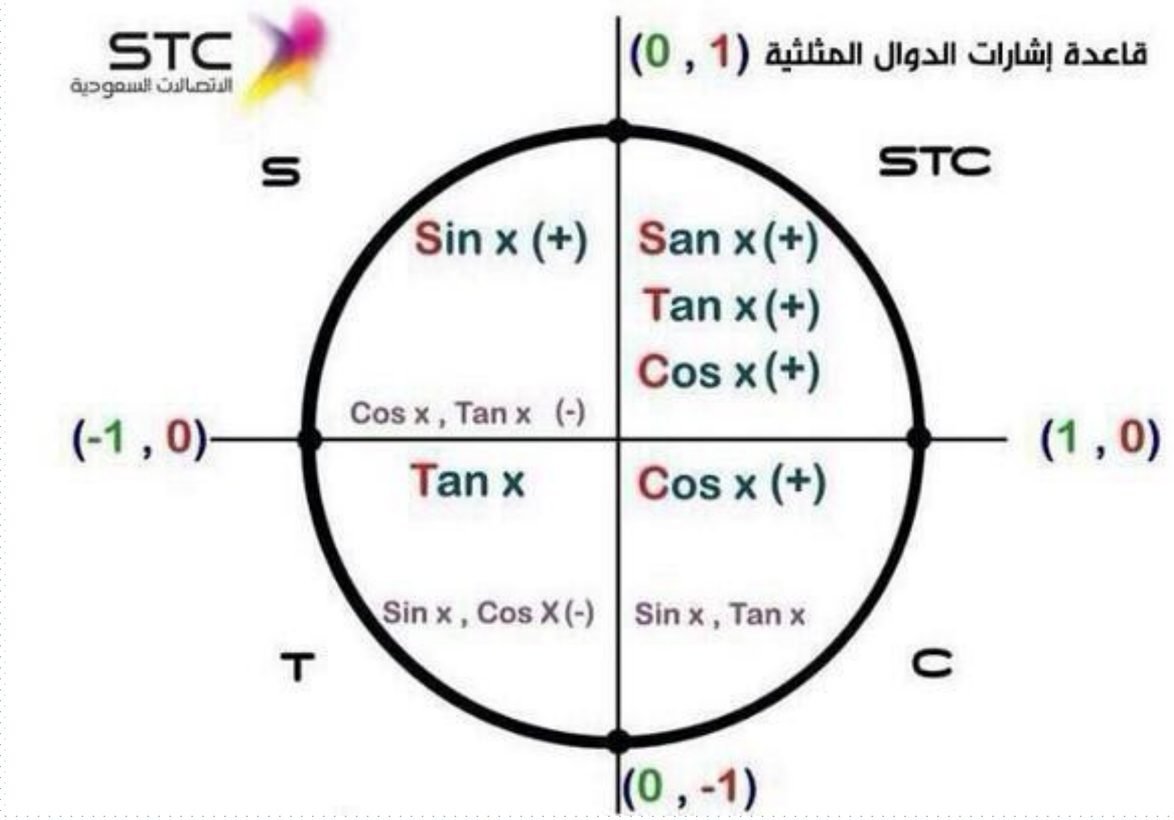
متطابقات المقلوب

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}, \csc\theta \neq 0$$
$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \sec\theta \neq 0$$
$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \cot\theta \neq 0$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$$
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$$
$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}, \tan\theta \neq 0$$

المتطابقات المثلثية الأساسية





مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١ استعمال المتطابقات المثلثية

تحقق من فهمك

1A) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$.

1B) أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sec \theta$ إذا كان $\sin \theta = -\frac{2}{7}$ ، $180° < \theta < 270°$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١ استعمال المتطابقات المثلثية

تدرب و حل المسائل

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية: (مثال 1)

1) $\tan\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2

تبسيط العبارات المثلثية

تبسيط العبارات الرياضية التي تحتوي على الدوال المثلثية، يعني إيجاد قيمة عددية للعبارة ، أو كتابتها بدلالة دالة مثلثية واحدة فقط، إن أمكن .

تحقق من فهمك

بسّط العبارة :

(2A $\dfrac{\tan^2\theta \csc^2\theta - 1}{\sec^2\theta}$

(2B $\dfrac{\sec\theta}{\sin\theta}(1-\cos^2\theta)$

إرشادات للدراسة

تبسيط العبارة المثلثية

عند تبسيط العبارات المثلثية يكون من الأسهل عادة أن تُكتب حدود العبارة جميعها بدلالة: الجيب($\sin\theta$) و/أو بدلالة جيب التمام ($\cos\theta$).

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تبسيط العبارات المثلثية

مثال 2

تدرب و حل المسائل

بسِّط كل عبارة مما يأتي: (مثال 2)

9) $\tan\theta\cos^2\theta$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3

إعادة كتابة الصيغ الرياضية

تبسيط العبارات المثلثية يمكن أن يكون مفيدا في حل مسائل من واقع الحياة.

تحقق من فهمك

3) تعلم أن مقدار العزم (τ) يساوي حاصل ضرب القوة (F) في ذراعها، ويعطى بالمعادلة $\tau = Fr \sin\theta$. أعد كتابة المعادلة السابقة بدلالة (F).

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 إعادة كتابة الصيغ الرياضية

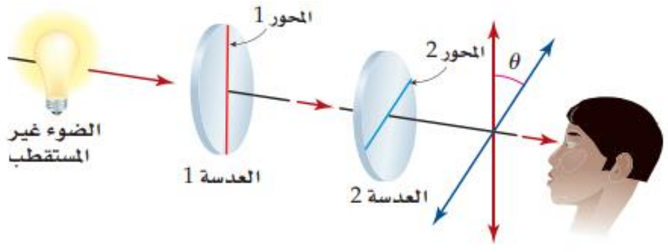
تبسيط العبارات المثلثية يمكن أن يكون مفيدا في حل مسائل من واقع الحياة.

تدرب و حل المسائل

19) بصريات: عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها θ مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى.

يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2 \theta}$، حيث

I_0 شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة، I هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين. **(مثال 3)**



a) بسّط الصيغة بدلالة $\cos \theta$

b) استعمل الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها $30°$ مع محور العدسة الأولى.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اكتشف الخطأ

مهارات التفكير العليا

32) اكتشف الخطأ: بسِّط كل من علاء وسامي المقدار $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$ كما يأتي. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برِّر إجابتك.

علاء

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\tan^2\theta+1$$

$$=\sec^2\theta$$

سامي

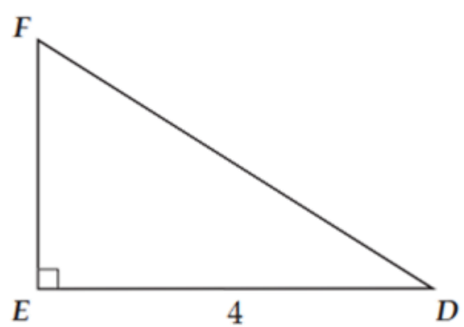
$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta}{1}$$

$$=\sin^2\theta$$

تحصيلي

في الشكل أدناه، إذا كان $\cos D = 0.8$ ، فما طول $\overline{DF}$؟

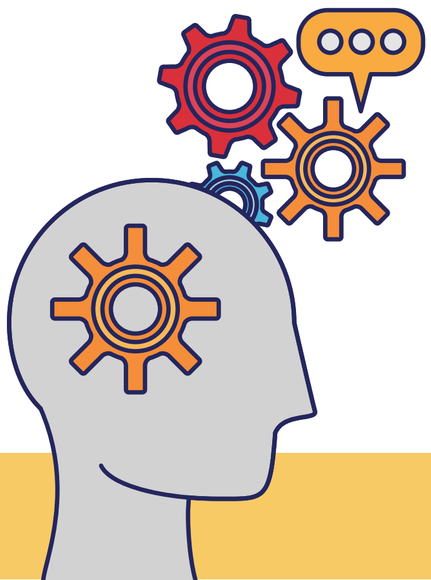


أ) 5

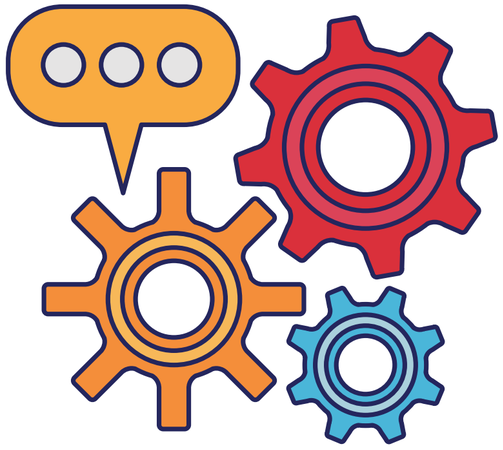
ب) 4

ج) 3.2

د) 10



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الواجب

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter