



# معادلات الدائرة

أ. غاده الفضلي





## فيما سبق:

درست كتابة معادلة  
المستقيم وتمثيله بيانياً  
في المستوى الإحداثي.  
(مهارة سابقة)

## والآن:

- أكتب معادلة الدائرة.
- أمثل الدائرة بيانياً في المستوى الإحداثي.

## المفردات:

الصيغة القياسية لمعادلة  
الدائرة

standard form  
of an equation  
of a circle

# ماذا ؟

تستعمل أبراج الاتصالات الهاتفية إشارات الراديو لبث مكالمات الهواتف النقالة.  
ويغطي كل برج منطقة دائرية. وتُصمَّم الأبراج بحيث تلتقط إشارات البث في أي مكان  
ضمن منطقة التغطية.

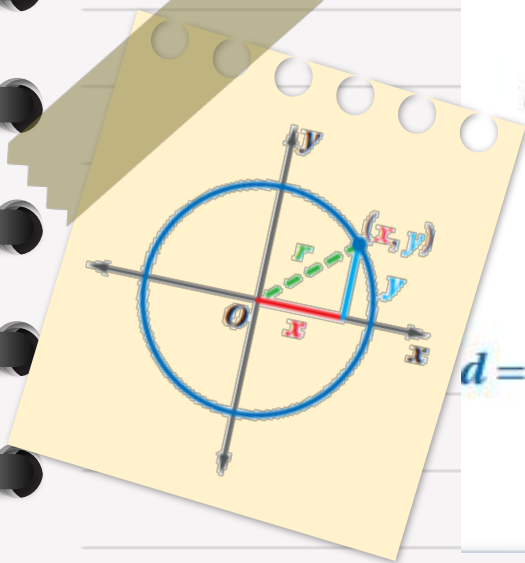




**معادلة الدائرة:** بما أن نقاط الدائرة جميعها تبعد مسافات متساوية عن مركزها، فإنه يمكنك إيجاد معادلتها باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين أو نظرية فيثاغورس.

إذا مثل  $(x, y)$  نقطة على دائرة مركزها عند نقطة الأصل كما في الشكل المجاور، فإنه يمكنك أن تستعمل نظرية فيثاغورس؛ لتجد أن معادلة هذه الدائرة  $x^2 + y^2 = r^2$ .

وإذا لم يقع مركز الدائرة عند نقطة الأصل، ولكن عند النقطة  $(h, k)$  كما في الشكل المبين في المفهوم الأساسي أدناه، فإنه يمكنك أن تستعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحصل على معادلة الدائرة.



صيغة المسافة بين نقطتين

$$d = r, (x_1, y_1) = (h, k), (x_2, y_2) = (x, y)$$

بتربيع كلا الطرفين

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

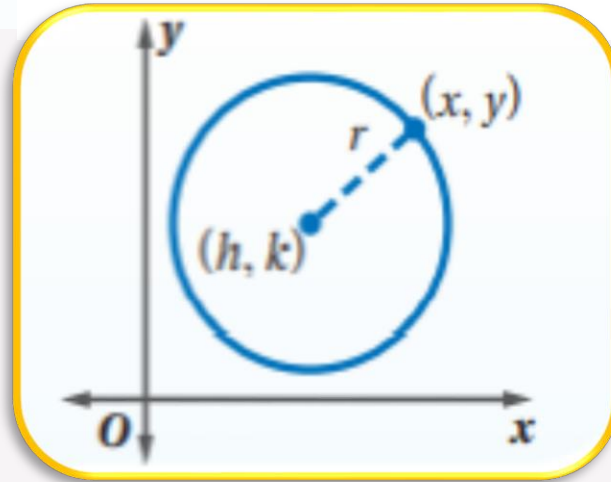
$$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$





## الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها  $(h, k)$  ،  
وطول نصف قطرها  $r$  هي:



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمَّى أيضًا صيغة المركز ونصف القطر.





## كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر

تحقق من فهمك

مثال ١

(1A) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها  $\sqrt{10}$ .

(1B) مركزها النقطة  $(-1, 4)$ ، وقطرها 8.

### إرشادات للدراسة

معادلة الدائرة:  
في المثال 1. لاحظ أن  
معادلة الدائرة بقيت  
على الصورة القياسية،  
إذ ليس من الضروري  
فك التربيع.



## كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر



اكتب معادلة الدائرة في كلِّ ممَّا يأتي:

(1) مركزها  $(9, 0)$ ، ونصف قطرها 5

(2) مركزها  $(3, 1)$ ، وقطرها 14

تأكد





## كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

تحقق من فهمك

مثال ٢

2A مركزها  $(5, 4)$ ، وتتمر بالنقطة  $(-3, 4)$  .

2B مركزها  $(-3, -5)$ ، وتتمر بالنقطة  $(0, 0)$  .

### إرشادات للدراسة

صيغة الجذور:

في المثال 2b، من الأفضل

ترك نصف القطر على

صورة الجذر؛ لأن نصف

القطر سيُربّع عند كتابة

معادلة الدائرة.





## كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها



اكتب معادلة الدائرة في كلِّ ممَّا يأتي:

تأكد

- (3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة  $(2, 2)$  . (4) مركزها  $(3, -5)$  ، وتمر بالنقطة  $(1, -4)$  .





**تمثيل الدوائر بيانيًا:** يمكنك تحليل معادلة الدائرة؛ لتجد معلومات تساعدك على تمثيلها بيانيًا في المستوى الإحداثي.

## تمثيل الدائرة بيانيًا

تحقق من فهمك

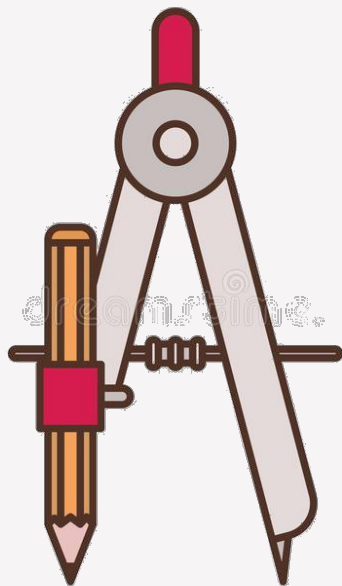
مثال ٣

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي، ثم مثلها بيانيًا:

(3A)  $x^2 + y^2 = 4$       (3B)  $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$

### إرشادات للدراسة

مسلمات إقليدس:  
لقد درست ثلاثًا من  
مسلمات إقليدس في  
درس 5-2، وهناك  
مسألة أخرى لإقليدس،  
وهي أنه يمكنك رسم  
دائرة وحيدة بنصف  
قطر معلوم باختيار أي  
نقطة لتكون مركزًا لهذه  
الدائرة.



أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلِّ ممَّا يأتي، ثمَّ مثلها بيانيًّا.

$$(7) \quad (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$$



مثال ٤

استعمال ثلاث نقاط لكتابة معادلة الدائرة

تحقق من فهمك

4) اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط:  $R(1, 2)$ ,  $S(-3, 4)$ ,  $T(-5, 0)$ .

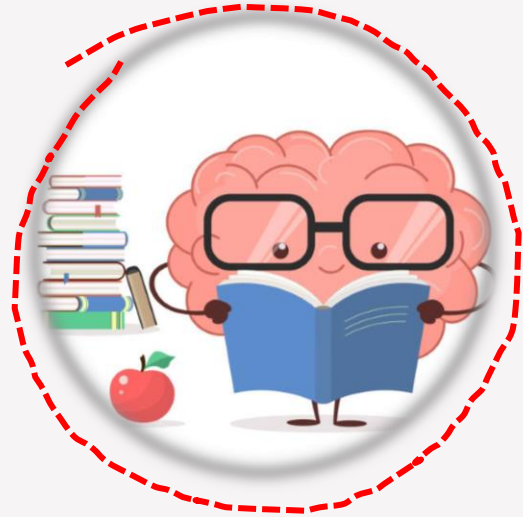




(10) اتصالات: مُثِّلَت ثلاثة أبراج هواتف نقالة بالنقاط:  $X(6, 0)$ ,  $Y(8, 4)$ ,  $Z(3, 9)$ ، عَيِّن موقع برج آخر يبعد مسافات متساوية عن هذه الأبراج الثلاثة، ثم اكتب معادلة الدائرة التي تقع عليها الأبراج الثلاثة.

## مسائل مهارات التفكير العليا

34) اكتب: اشرح العلاقة بين صيغة المسافة بين نقطتين ومعادلة الدائرة .





## تدريب على اختبار

(35) أيُّ المعادلات الآتية تُمثِّل معادلة الدائرة التي مركزها  $(6, 5)$ ، وتَمُرُّ بالنقطة  $(2, 8)$ ؟

$(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$  **A**

$(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 7^2$  **B**

$(x + 6)^2 + (y + 5)^2 = 5^2$  **C**

$(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 7^2$  **D**

(36) إذا كان نصف قطر  $\odot F$  يساوي 4، وإحداثيَّ مركزها هما  $(-4, 0)$ ، فأَيُّ النقاط الآتية تقع على  $\odot F$ ؟

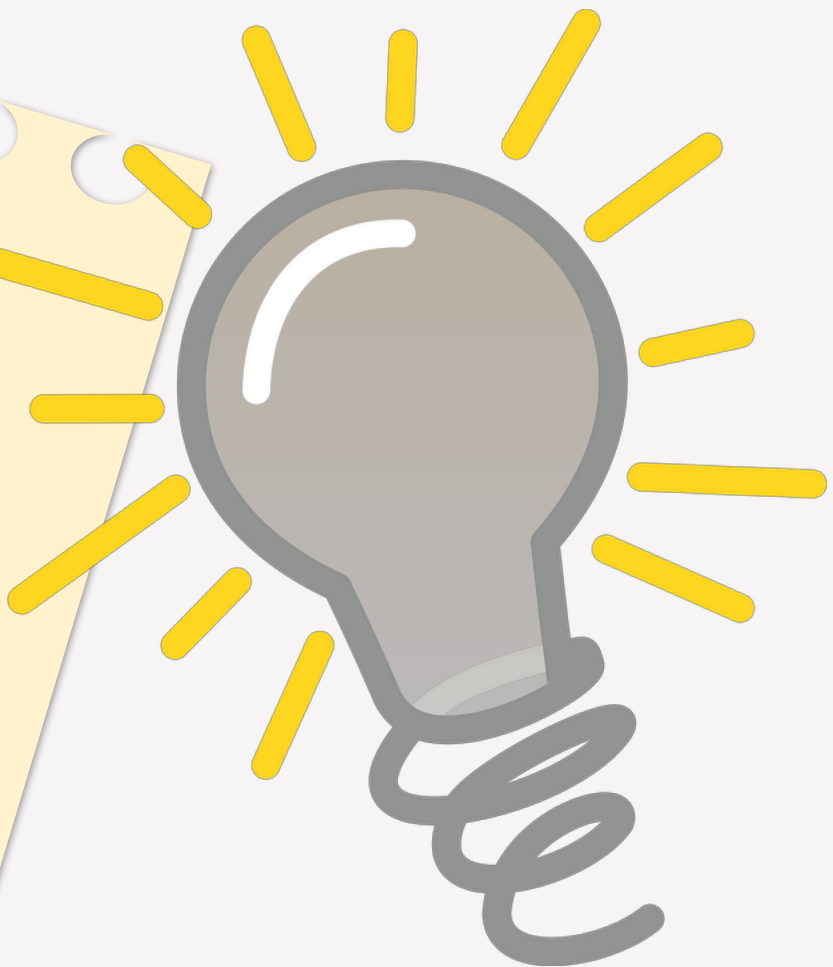
$(4, 0)$  **A**

$(0, 4)$  **B**

$(4, 3)$  **C**

$(-4, 4)$  **D**





الواجب



