

التاريخ: / ١٤٤٤ هجري



تطوير - إنتاج - توثيق

الأعمده والمسافة

استراتيجية شريط الذكريات

الآن

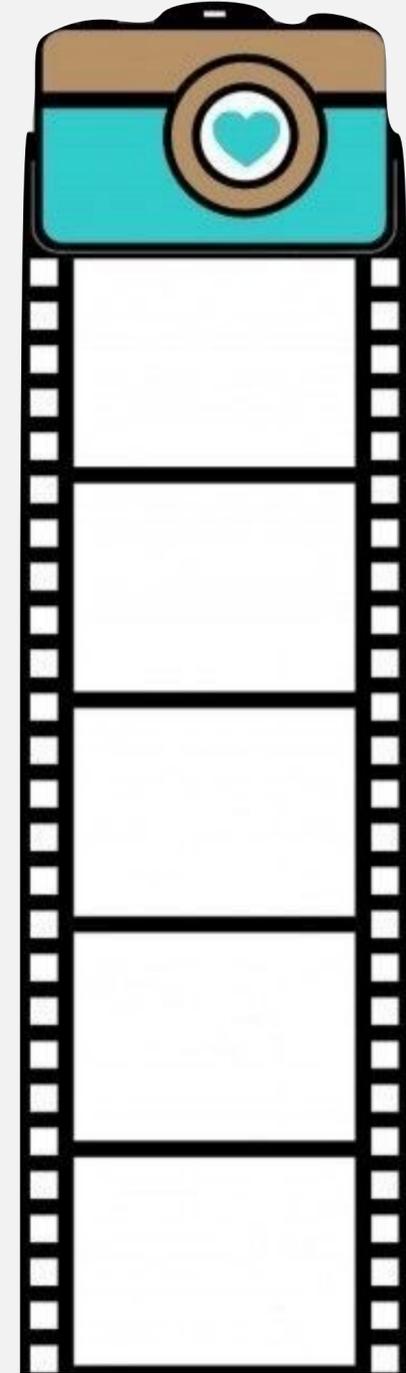
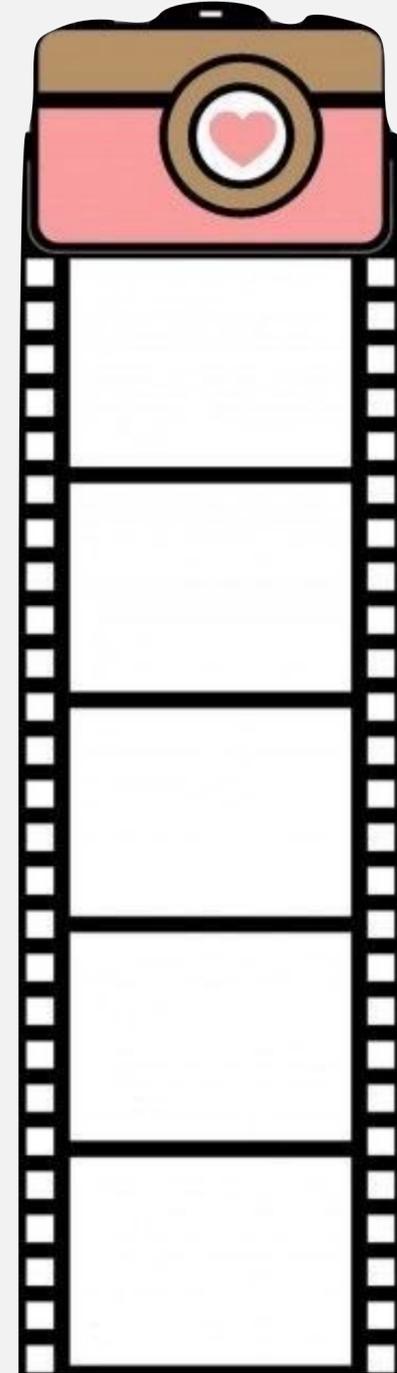
- أجد البعد بين نقطه ومستقيم
- أجد البعد بين مستقيمين متوازيين

المفردات

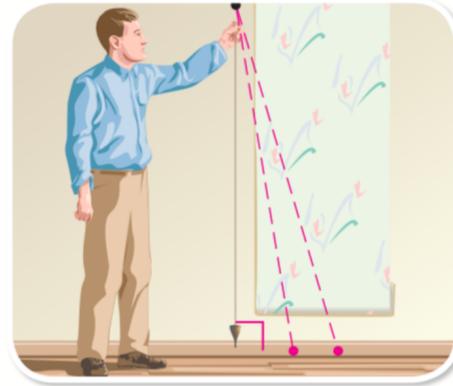
المسافة العمودية
البعد بين نقطة
ومستقيم
المحل الهندسي
متساوي البعد

فيما سبق

درست كتابة
معادلة مستقيم
عرفت معلومات
حول تمثيله
البياني



لماذا؟



الخيط الشاقولي عبارة عن خيط مربوط في أحد طرفيه ثقل معدني يسمى الشاقول، وعندما يُعلق الخيط من طرفه الآخر يتأرجح الشاقول تأرجحاً حرّاً، ثم يسكن بحيث يكون تحت نقطة التعليق مباشرة.

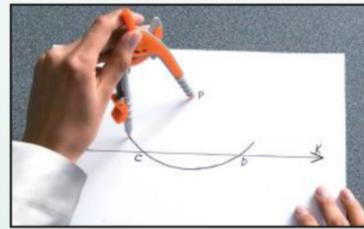
يُستعمل الخيط الشاقولي؛ لإنشاء خط رأسي عند البناء أو عند لصق ورق الجدران.

البعد بين نقطة ومستقيم: يمثل طول الخيط الشاقولي أقصر مسافة بين نقطة التعليق ومستوى الأرض أسفله. **فالمسافة العمودية** بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة في جميع الحالات، وهي تمثل **البعد بين النقطة والمستقيم**.

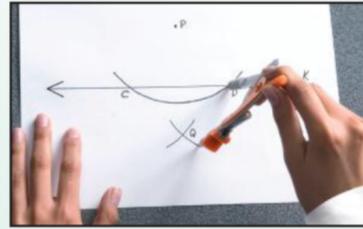
إنشاءات هندسية

إنشاء عمودي على مستقيم من نقطة لا تقع عليه

الخطوة 1: ضع الفرجار عند النقطة P . وارسم قوساً يقطع K في موقعين مختلفين. سم نقطتي التقاطع C, D



الخطوة 2: ضع الفرجار عند النقطة C ، وارسم قوساً تحت المستقيم K باستعمال فتحة فرجار أكبر من $\frac{1}{2} CD$ وبإستعمال فتحة الفرجار نفسها، ارسم من D قوساً آخر يقطع القوس السابق. وسم نقطة التقاطع Q .



الخطوة 3: استعمل مسطرة لرسم \overline{PQ}

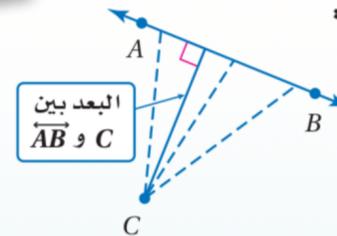


مفهوم أساسي

البُعد بين نقطة ومستقيم

أضف إلى مطوبتك

النموذج:



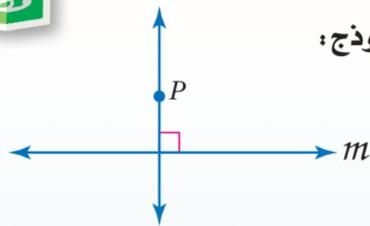
التعبير اللفظي: البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.

مسألة 2.6

مسألة التعامد

التعبير اللفظي: لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة، ويكون عمودياً على المستقيم المعلوم.

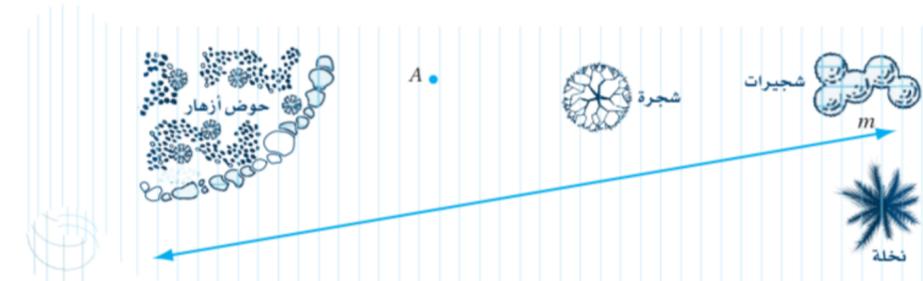
النموذج:



أضف إلى مطوبتك

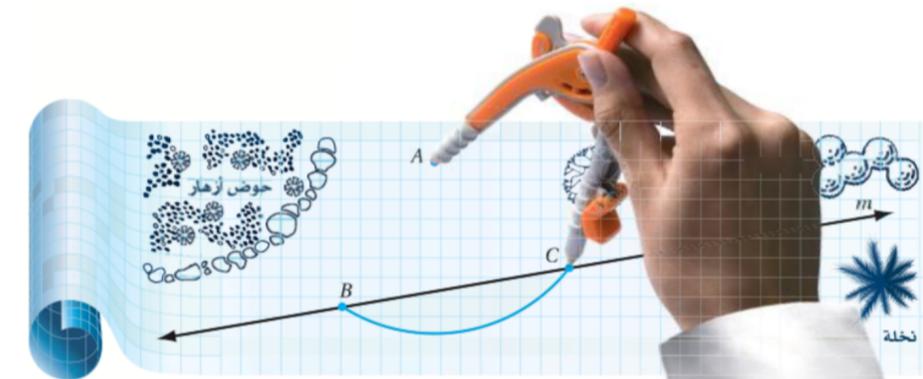
مثال ١ من واقع الحياة

هندسة مدنية: لاحظ مهندس مدني أن جزءاً من ساحة حديقة عامة تتجمع عنده المياه. ويريد أن يضع أنبوب تصريف أرضياً من النقطة A وسط هذه المنطقة إلى خط التصريف الرئيس الممثل بالمستقيم m . أنشئ القطعة المستقيمة التي يُمثل طولها أقصر أنبوب يربط خط التصريف الرئيس بالنقطة A .



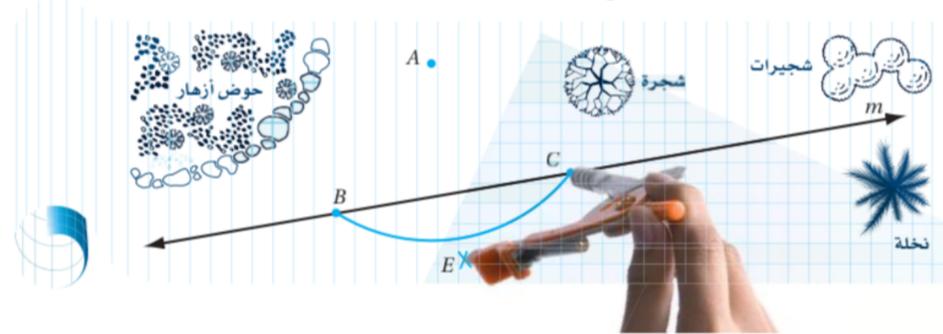
القطعة المستقيمة التي يمثل طولها أقصر أنبوب، هي القطعة المستقيمة العمودية من النقطة إلى المستقيم. لإنشاء القطعة المستقيمة اتبع الخطوات التالية:

الخطوة 1: استعمل الفرجار لتعيّن النقطتين B, C على المستقيم m ، بحيث تكونا على البعد نفسه من النقطة A ، وذلك بوضع رأس الفرجار عند النقطة A ورسم قوس يقطع m في النقطتين B, C

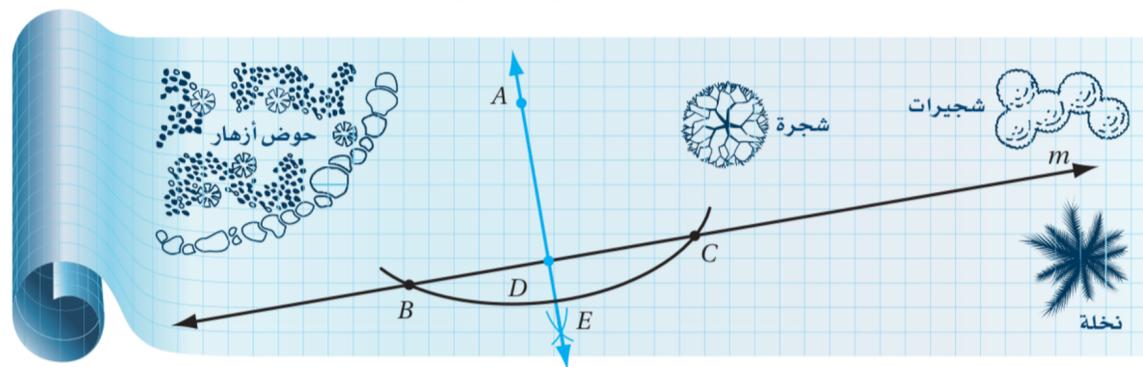


مثال ١ من واقع الحياة

الخطوة 2: استعمل الفرجار لتعيّن نقطة أخرى مثل E لا تقع على المستقيم m ، وتكون على البعد نفسه من B, C ، وذلك بوضع رأس الفرجار عند النقطة C ، ورسم قوس تحت المستقيم m باستعمال فتحة فرجار أكبر من $\frac{1}{2}BC$ ، ورسم قوس آخر يتقاطع مع القوس السابق عند E باستعمال فتحة الفرجار نفسها بوضع رأس الفرجار عند B



الخطوة 3: ارسم العمود \overline{AE} ، وارمز لنقطة تقاطع \overline{AE} مع \overline{BC} بالرمز D



يمثل طول أقصر أنبوب يحتاجه المهندس لربط النقطة A بخط التصريف الرئيس.

تأكد

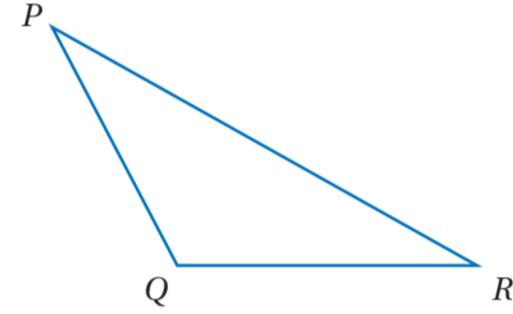
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كلِّ مما يأتي:

(2) البعد بين C و \overrightarrow{AB}



تحقق من فهمك

(1) أنشئ القطعة المستقيمة التي يمثل طولها المسافة بين Q و \overrightarrow{PR} وسمّها.



مثال ٢ / البعد بين نقطه ومستقيم

الهندسة الإحداثية: يمر المستقيم l بالنقطتين $(-5, 3)$, $(4, -6)$. أوجد البعد بين المستقيم l والنقطة $P(2, 4)$.

الخطوة 1: أوجد معادلة المستقيم l . ابدأ بإيجاد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-5, 3)$, $(4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

استعمل ميل المستقيم l ، والنقطة $(4, -6)$ الواقعة عليه لتجد مقطع المحور y له.

$$\text{صيغة الميل والمقطع} \quad y = mx + b$$

$$m = -1, (x, y) = (4, -6) \quad -6 = -1(4) + b$$

$$\text{بسّط} \quad -6 = -4 + b$$

$$\text{اجمع 4 لكلا الطرفين} \quad -2 = b$$

معادلة المستقيم l هي: $y = -x + (-2)$ ، أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2: اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم l يساوي -1 ، فإن ميل المستقيم w يساوي 1 .

$$\text{صيغة الميل والمقطع} \quad y = mx + b$$

$$m = 1, (x, y) = (2, 4) \quad 4 = 1(2) + b$$

$$\text{بسّط} \quad 4 = 2 + b$$

$$\text{اطرح 2 من كلا الطرفين} \quad 2 = b$$

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

مثال ٢ / البعد بين نقطه ومستقيم

الخطوة 3: حل نظام المعادلات لتجد نقطة التقاطع.

$$\text{المستقيم } l: y = -x - 2$$

$$\text{المستقيم } w: y = x + 2 (+)$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

اجمع المعادلتين

اقسم كلا الطرفين على 2

أوجد قيمة x .

$$0 = x + 2$$

عوّض 0 بدل y في معادلة المستقيم w

$$-2 = x$$

اطرح 2 من كلا الطرفين

إذن نقطة التقاطع هي $Q(-2, 0)$

للتحقق من نقطة التقاطع، ارسم المستقيمين l , w في المستوى الإحداثي، وأوجد نقطة التقاطع بيانياً.

الخطوة 4: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لتجد

المسافة بين $P(2, 4)$, $Q(-2, 0)$.

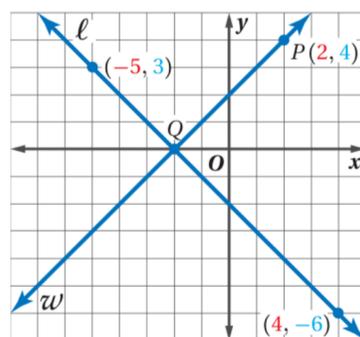
d

$$\text{صيغة المسافة بين نقطتين} \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$x_2 = -2, x_1 = 2, y_2 = 0, y_1 = 4 \quad = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$\text{بسّط} \quad = \sqrt{32}$$

البعد بين النقطة والمستقيم هو $\sqrt{32}$ أو 5.66 وحدات تقريباً.



تأكد

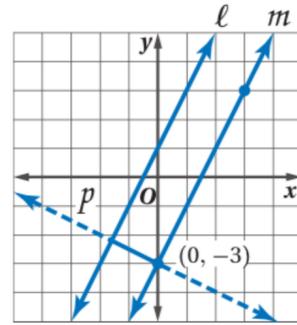
هندسة إحداثية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم l في كلِّ مما يأتي:

(4) يمر المستقيم l بالنقطتين $(-2, 0)$, $(4, 3)$ ، وإحداثيا النقطة P هما $(3, 10)$.

تحقق من فهمك

(2) المستقيم l يمر بالنقطتين $(1, 2)$, $(5, 4)$. أنشئ مستقيماً عمودياً على l من النقطة $P(1, 7)$ ، ثم أوجد البعد بين P و l .

مثال ٣ / المسافة بين مستقيمين متوازيين



أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين l, m اللذين معادلتهما $y = 2x + 1, y = 2x - 3$ على الترتيب. يتعين عليك حل نظام من المعادلات لإيجاد نقطتي نهايتي القطعة المستقيمة العمودية على كل من l, m . ميل المستقيم l يساوي ميل المستقيم m ويساوي 2. ارسم المستقيم p على أن يمر بنقطة مقطع المحور y للمستقيم m وهي $(0, -3)$ ، ويكون عمودياً على كلا المستقيمين.

الخطوة 1: لاحظ أن ميل المستقيم p هو معكوس مقلوب العدد 2، ويساوي $-\frac{1}{2}$ ، وأن المستقيم p يمر بالنقطة $(0, -3)$ ، وهي مقطع المحور y للمستقيم m . والآن: اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم p .

$$\text{صيغة الميل والمقطع} \quad y = mx + b$$

$$m = -\frac{1}{2}, b = -3 \quad y = -\frac{1}{2}x - 3$$

الخطوة 2: حدد نقطة تقاطع المستقيمين l و p بحل نظام المعادلات الآتي:

$$\text{المستقيم } l: y = 2x + 1$$

$$\text{المستقيم } p: y = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$\text{عوض } 2x + 1 \text{ بدلاً من } y \text{ في معادلة المستقيم } p \quad 2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$\text{جمع الحدود المتشابهة في كل طرف} \quad 2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$$

$$\text{بسّط} \quad \frac{5}{2}x = -4$$

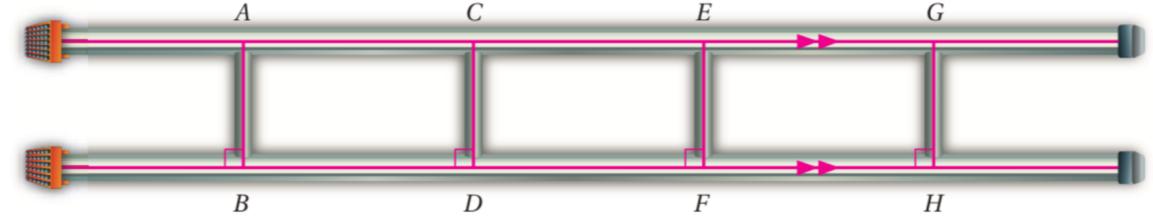
$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{2}{5} \quad x = -\frac{8}{5}$$

$$\text{عوض } -\frac{8}{5} \text{ بدلاً من } x \text{ في معادلة المستقيم } p \quad y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$$

$$\text{بسّط} \quad = -\frac{11}{5}$$

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

البعد بين مستقيمين متوازيين: يُعرّف المستقيمان المتوازيان على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان. وهناك تعريف آخر ينص على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه، بحيث يكون البعد بينهما ثابتاً، وهذا يعني أن البعد بين أي نقطة على أحدهما والآخر ثابتة.



$$AB = CD = EF = GH$$

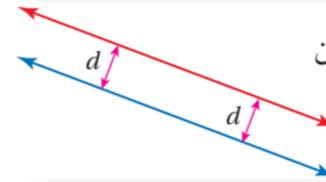
يقودنا ذلك إلى تعريف البعد بين مستقيمين متوازيين.

أضف إلى

مطويتك

المفهوم الأساسي: البعد بين مستقيمين متوازيين

البعد بين مستقيمين متوازيين، هو البعد بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

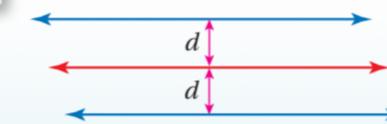


الشكل الذي تمثله مجموعة النقاط التي تحقق شرطاً ما يسمى **محلاً هندسياً**. ويمكن وصف المستقيم الموازي لمستقيم معلوم بالمحل الهندسي لجميع النقاط **المتساوية البعد** عن المستقيم في المستوى نفسه.

أضف إلى

مطويتك

نظرية 2.9: المستقيمان المتساويان البعد عن مستقيم ثالث



إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.

ستبرهن نظرية 2.9 في السؤال 21

مثال ٣ / المسافة بين مستقيمين متوازيين

الخطوة 3: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لتجد المسافة بين النقطتين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

$$\text{صيغة المسافة بين نقطتين} \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$x_2 = -1.6, x_1 = 0, y_2 = -2.2, y_1 = -3 \quad = \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$$

$$\text{بسّط} \quad \approx 1.8$$

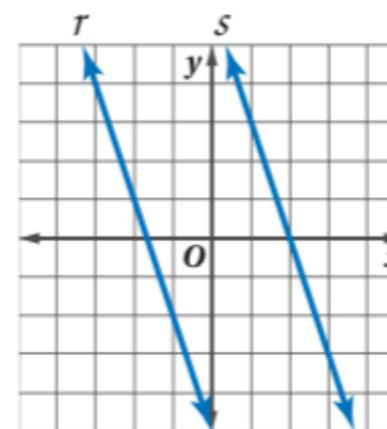
البُعد بين المستقيمين 1.8 وحدة تقريباً.

تحقق من فهمك

(3A) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين r, s اللذين

$$\text{معادلتاهما } y = -3x - 5, y = -3x + 6$$

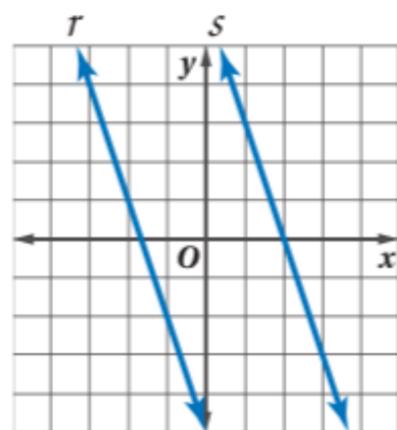
على الترتيب.



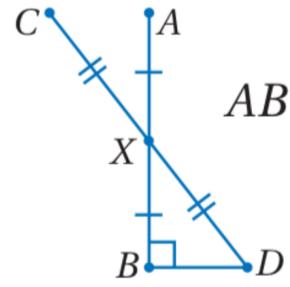
تحقق من فهمك

(3B) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين a, b اللذين معادلتاهما

$$x + 3y = 6, x + 3y = -14 \text{ على الترتيب.}$$



تدريب ختامي



(37) إذا كانت \overline{AB} و \overline{BD} متعامدتين و \overline{AB} و \overline{CD} تنصف إحداهما الأخرى عند النقطة X ، $AB = 16$ ، $CD = 20$ ، فما طول \overline{BD} ؟

- 10 C 6 A
18 D 8 B

(38) متنزه المدينة مربع الشكل، ومساحته 81000 ft^2 . أي مما يأتي هو الأقرب إلى طول ضلعه؟

- 300 ft C 100 ft A
400 ft D 200 ft B

تأكد

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

$$y = -2x + 4 \quad (7)$$

$$y = -2x + 14$$

الواجب المنزلي



تطوير - إنتاج - توثيق

تم بحمد
الله
وتوفيقه

حسابات

مجموعة رفعة الرياضيات



حسابات

مصممة العرض

