

# حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام



# حل المعادلات التربيعية بيانيا

## المفردات

القانون العام  
المميز

## الان

احل معادلات تربيعية  
باستعمال القانون العام  
استعمل المميز لتحديد  
عدد حلول معادلة  
تربيعية

## فيما سبق

درست حل معادلات  
تربيعية بإكمال  
المربع



@beso01987



@bs87om



رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa



## لماذا ؟

يمكن تمثيل ضغط الدم الانقباضي الطبيعي (ص) بالملتر زئبق  
للأنثى البالغة بالدالة:  $ص = ٠,١ س + ٠,٥ س^٢ + ٠,٥ س + ١٠٧$ ، حيث  
(س) العمر بالسنوات، وتستعمل هذه الدالة لتقدير عمر الأنثى إذا  
عُلم ضغط الدم الانقباضي لها، إلا أنه من الصعب حل المعادلة  
المرافقة لها بالتحليل إلى العوامل أو التمثيل البياني، أو إكمال المربع.

**القانون العام:** ينتج عن إكمال المربع للمعادلة التربيعية  
 $أس^٢ + ب س + ج = ٠$ ، صيغة نستعملها لحل أية معادلة تربيعية  
مكتوبة بالصيغة القياسية، وتُسمى هذه الصيغة **القانون العام**.



@beso01987



@bs87om





أضف إلى

مطويتك

## مفهوم أساسي

### القانون العام

حلّ المعادلة التربيعية:  $أس^2 + بس + ج = ٠$  ، حيث  $أ \neq ٠$  يُعبّر عنه بالقانون العام:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أج}}{٢أ}$$



# مثال ١ : استعمال القانون العام

حل المعادلة:  $3س^2 + 5س = 12$  باستعمال القانون العام.

**الخطوة ١ :** أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$$3س^2 + 5س = 12$$

$$3س^2 + 5س - 12 = 0$$

**الخطوة ٢ :** طبق القانون العام.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أج}}{٢أ}$$

$$= \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - ٤(3)(-12)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{٢٥ + ١٤٤}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{١٦٩}}{6} = \frac{-5 \pm 13}{6}$$

$$س = \frac{-5 - 13}{6} \text{ أو } س = \frac{-5 + 13}{6}$$

$$س = -3 \text{ و } س = \frac{4}{3}$$

الحلان هما  $-3$  و  $\frac{4}{3}$ .

المعادلة الأصلية

اطرح ١٢ من كلا الطرفين

القانون العام

$$أ = 3، ب = 5، ج = -12$$

اضرب

اجمع ثم أوجد الجذر التربيعي

افصل الحلين

بسّط



وزارة التعليم

Ministry of Education

1443 - 1

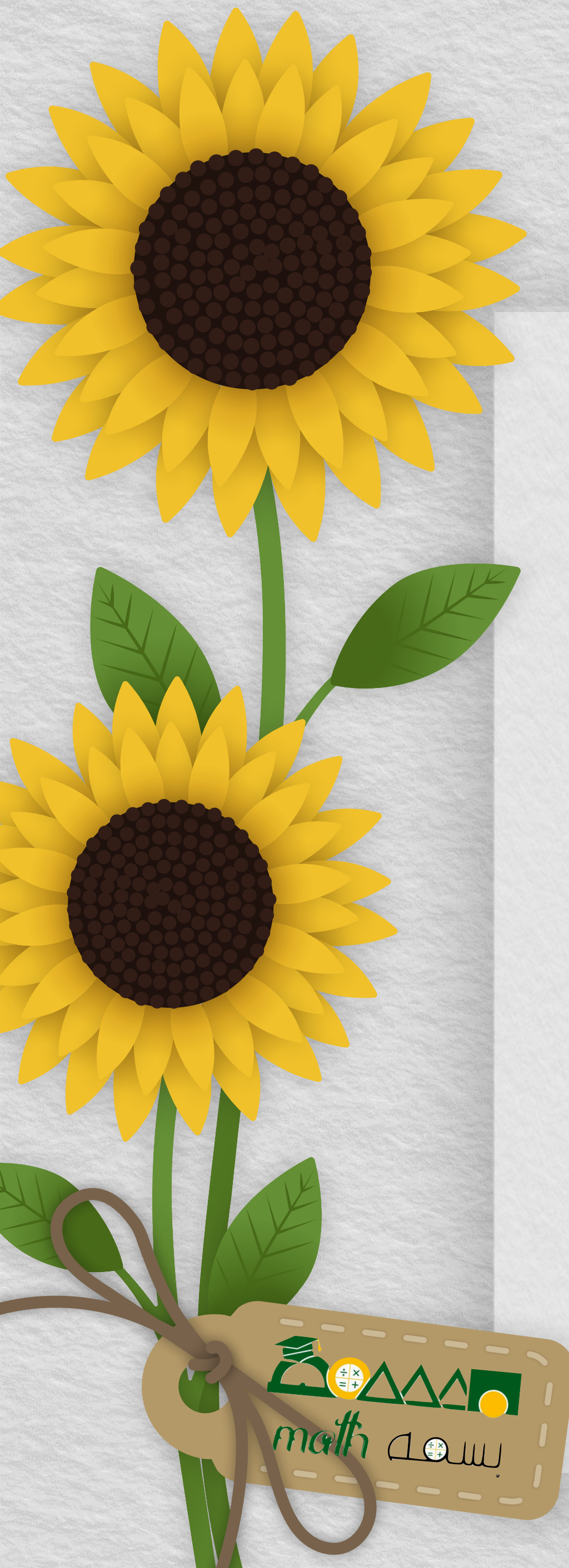




# تحقق من فهمك

$$٠ = ٣٥ + ٢٤س - ٤س^٢ \quad (ب)$$

$$١٨ = ٩س + ٢س^٢ \quad (أ)$$





## مثال ٢ : استعمال القانون العام

حلّ المعادلة  $10س^2 - 5س = 25$  باستعمال القانون العام، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

**الخطوة ١ :** أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$$10س^2 - 5س = 25$$

$$10س^2 - 5س - 25 = 0$$

**الخطوة ٢ :** طبق القانون العام.

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(10)(-25)}}{2(10)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1025}}{20}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{1025}}{20} \text{ أو } \frac{5 - \sqrt{1025}}{20} = س$$

$$\approx 1,9$$

$$\approx -1,4$$

الحلان هما  $-1,4$  و  $1,9$  تقريبًا.

المعادلة الأصلية

اطرح ٢٥ من كلا الطرفين

القانون العام

$$أ = 10، ب = -5، ج = -25$$

اضرب ثم اجمع

افصل الحلين

بسط





# تحقق من فهمك

## إرشادات للاختبار

### الإجابات الدقيقة

العدد  $\sqrt{1025}$  في  
المثال ٢ غير نسبي؛ لذا  
فالآلة الحاسبة تعطي فقط  
قيمة تقريبية له، أما الإجابة  
الدقيقة في المثال ٢ فهي:  
 $\frac{1025 \pm 5}{20}$  أما العدان  
٤، ١، ٩، ١ فقيمتان  
تقريبيتان.

$$(٢) \text{ س } ٣ - ٢ - \text{س } ٢ - ٩ = ٠$$



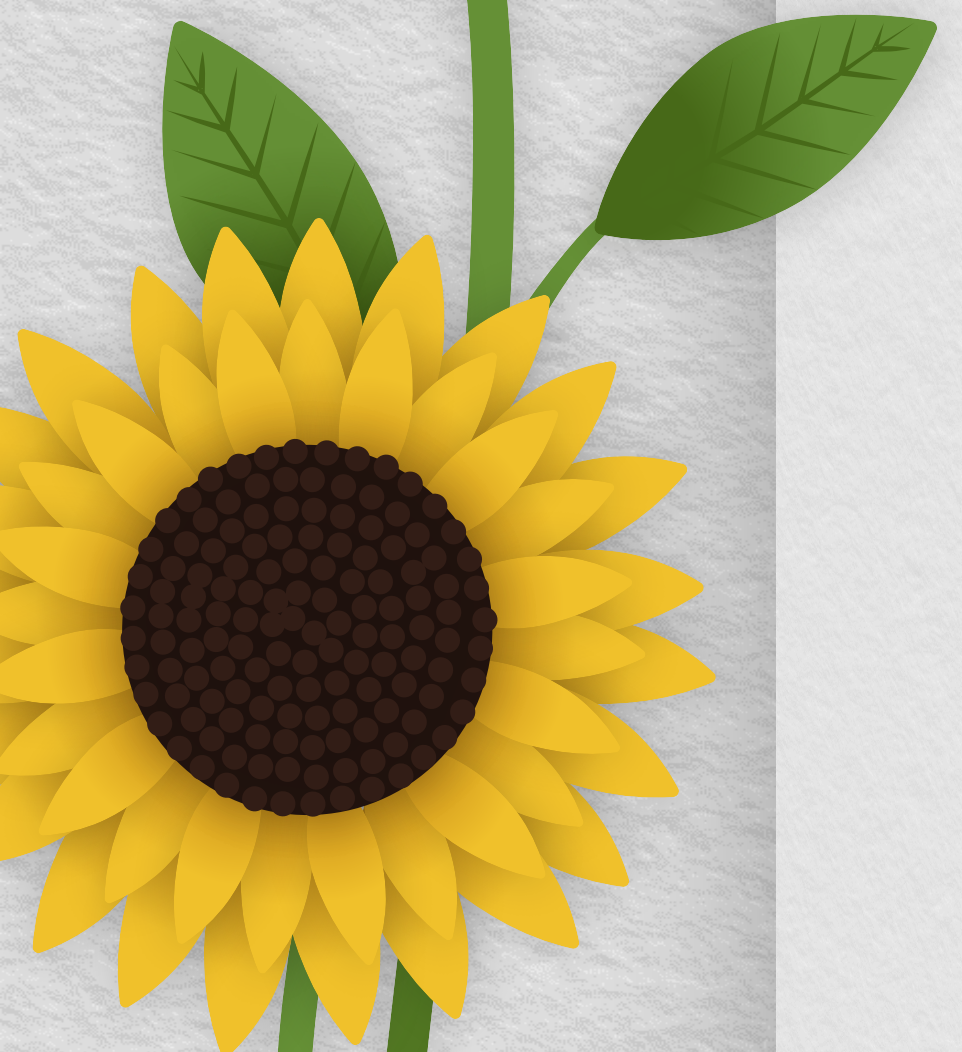
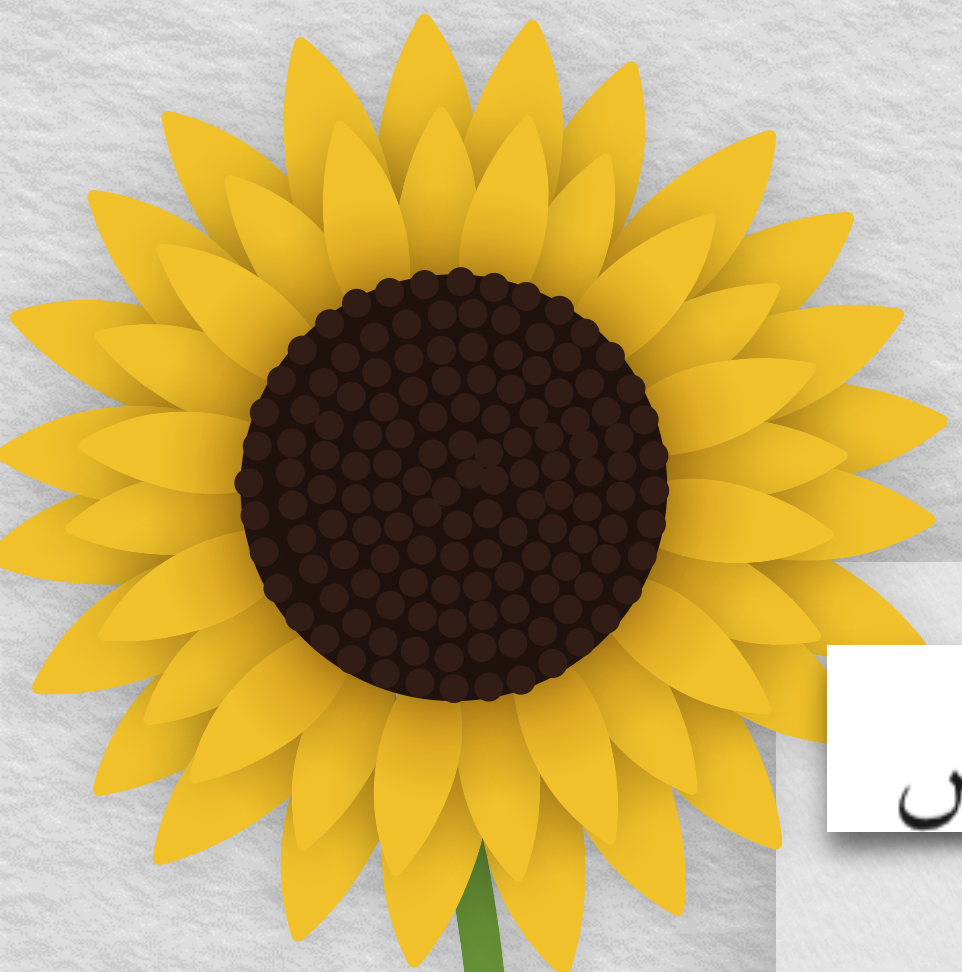


# تأكد

(٣)  $5س^2 + 5 = -13س$

(٢)  $8س^2 - 10 = 10س$

(١)  $2س^2 - 15 = 0$





## مثال ٣ : حل المعادلات التربيعية باستعمال طرق مختلفه

حل المعادلة:  $s^2 - 4s = 12$ .

**الطريقة ١ :** التمثيل البياني

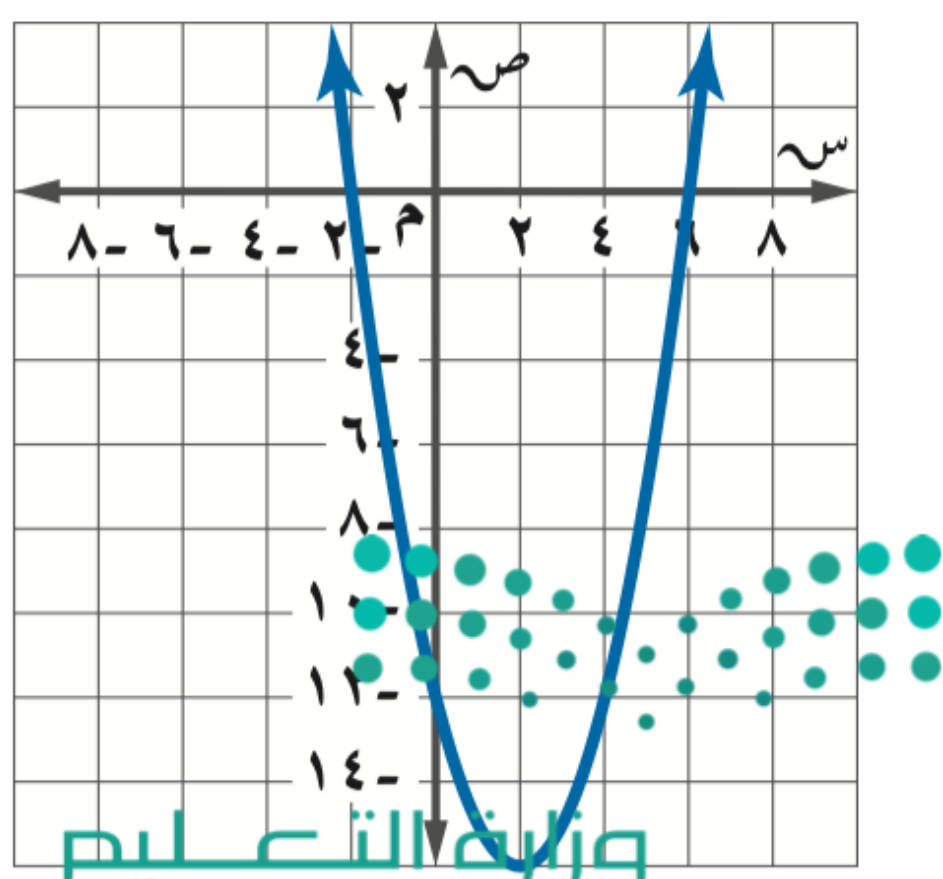
أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$$s^2 - 4s = 12$$

$$s^2 - 4s - 12 = 0$$

مثّل الدالة المرتبطة  $D(s) = s^2 - 4s - 12$  بيانيًا، وحدّد المقطعين السينيين على التمثيل.

الحلان هما -٢، ٦.



Ministry of Education

2021 - 1443



## مثال ٣ : حل المعادلات التربيعية باستعمال طرق مختلفه

**الطريقة ٢ :** التحليل إلى عوامل

$$س^٢ - ٤س = ١٢$$

$$س^٢ - ٤س - ١٢ = ٠$$

$$٠ = (س - ٦)(س + ٢)$$

$$س - ٦ = ٠ \text{ أو } س + ٢ = ٠$$

$$س = ٦$$

$$س = -٢$$

المعادلة الأصلية

اطرح ١٢ من كلا الطرفين

حلّ

خاصية الضرب الصفري

إيجاد قيم س





## مثال ٣ : حل المعادلات التربيعية باستعمال طرق مختلفه

**الطريقة ٣ :** إكمال المربع

المعادلة مكتوبة بالصورة المناسبة لإكمال المربع؛ لأن المعامل الرئيس يساوي ١ ، والحددين اللذين يحتويان  $x^2$ ،  $x$  تم فصلهما.

$$x^2 - 4x = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 16$$

$$x - 2 = \pm 4$$

$$x = 2 \pm 4$$

$$x = 2 + 4 \text{ أو } x = 2 - 4$$

$$x = 6$$

$$x = -2$$

المعادلة الأصلية

بما أن  $\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 = \frac{4}{4} = 1$ ، لذا أضف ١ إلى كلا الطرفين

حلل  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .

أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

أضف ٢ لكلا الطرفين

افصل الحلين

بسّط





## مثال ٣ : حل المعادلات التربيعية باستعمال طرق مختلفه

**الطريقة ٤ :** القانون العام

من الطريقة الأولى، الصورة القياسية للمعادلة هي:  $s^2 - 4s - 12 = 0$ .

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$s = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-12)}}{2(1)}$$

$$a = 1, b = -4, c = -12$$

اضرب

$$s = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$$

اجمع وبسط

$$s = \frac{4 \pm 8}{2}$$

افصل الحلين

$$s = \frac{4 + 8}{2} \text{ أو } s = \frac{4 - 8}{2}$$

بسط

$$s = 6 \text{ أو } s = -2$$

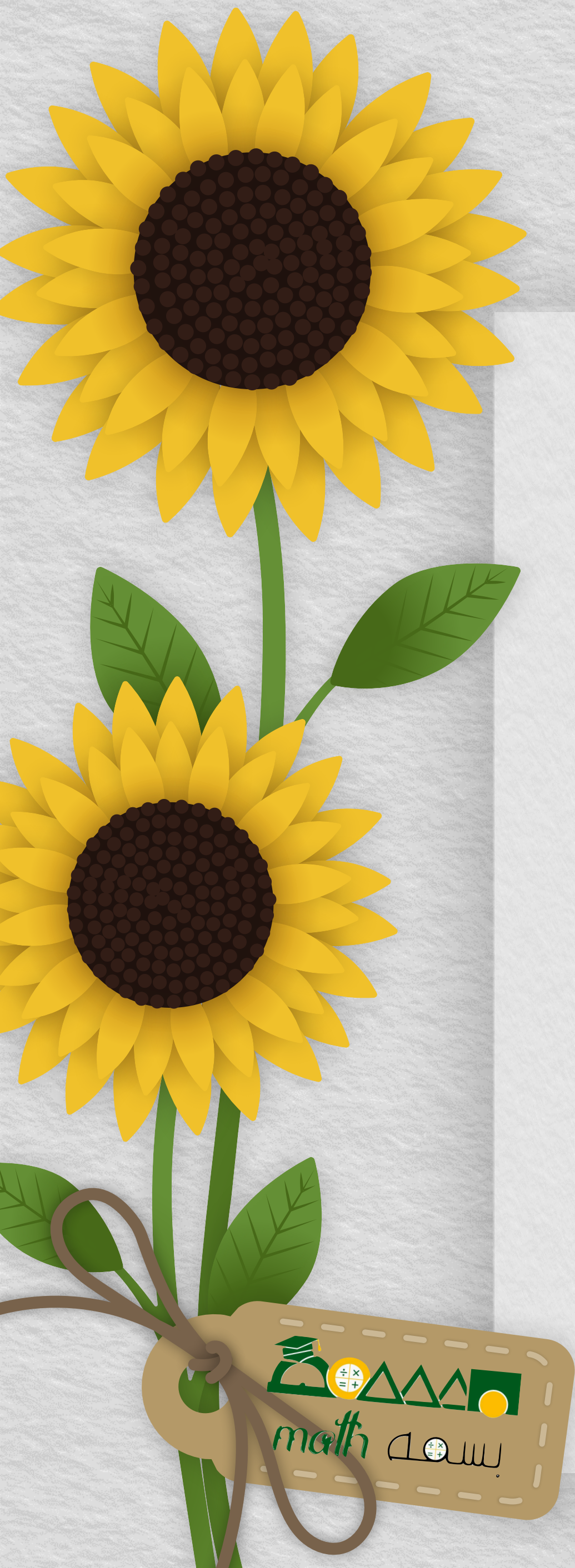




# تحقق من فهمك

$$٠ = ١١ - ٤س - ٢س^٢ \quad (٣ب)$$

$$٠ = ٨ + ١٧س - ٢س^٢ \quad (١٣أ)$$



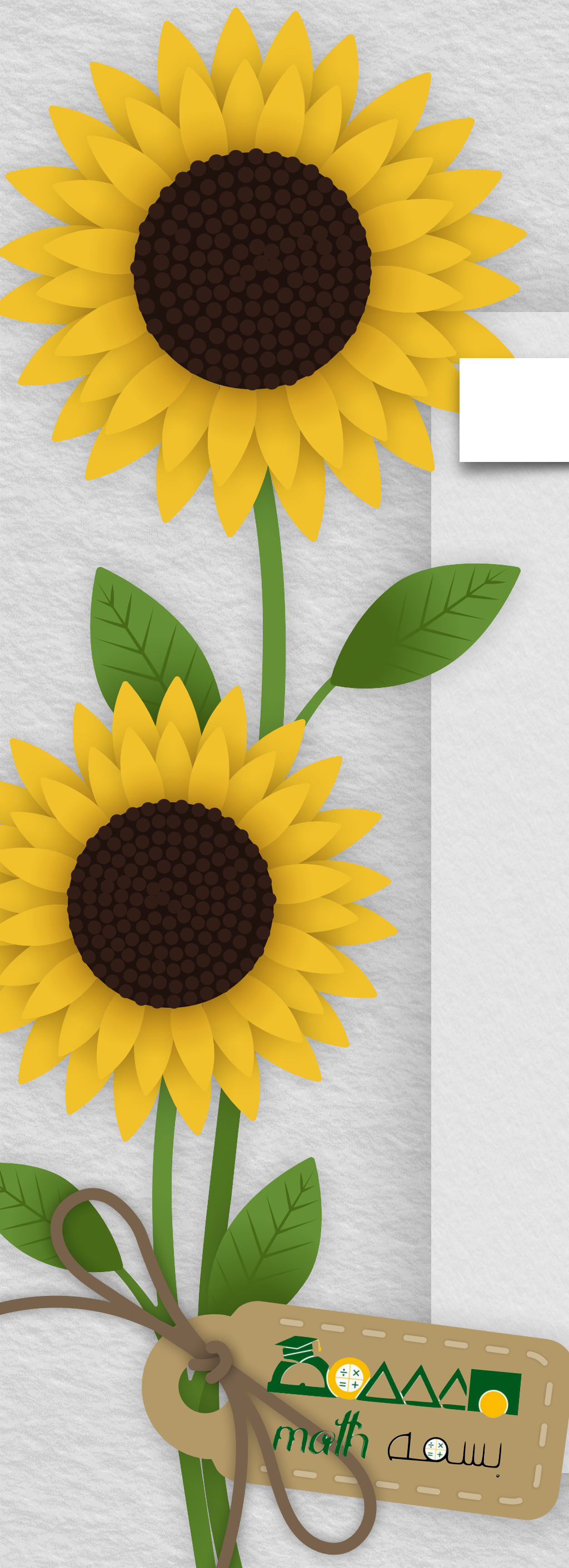


# تأكد

$$(٦) \quad ٢٥ = ٩س٢$$

$$(٥) \quad ٠ = ٦ - ٣س - ٢س٢$$

$$(٤) \quad ٠ = ٦ - ١١س + ٢س٢$$







# استراتيجية العين الفاحصة

مقطع يوتيوب



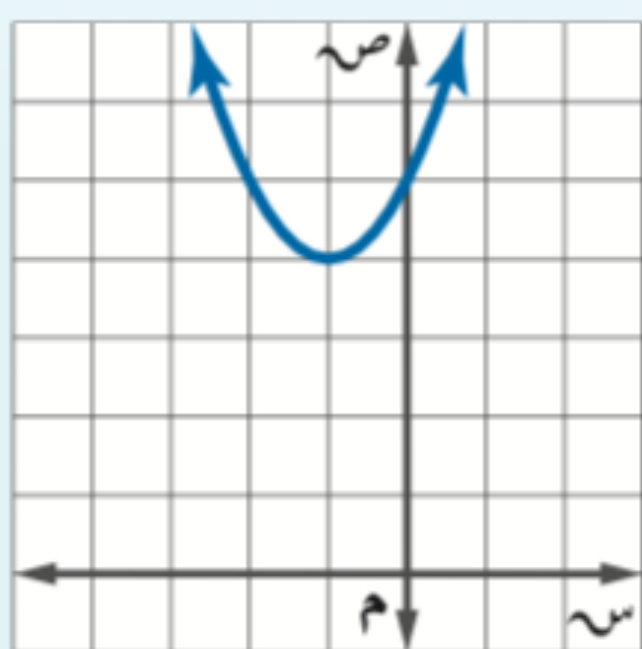
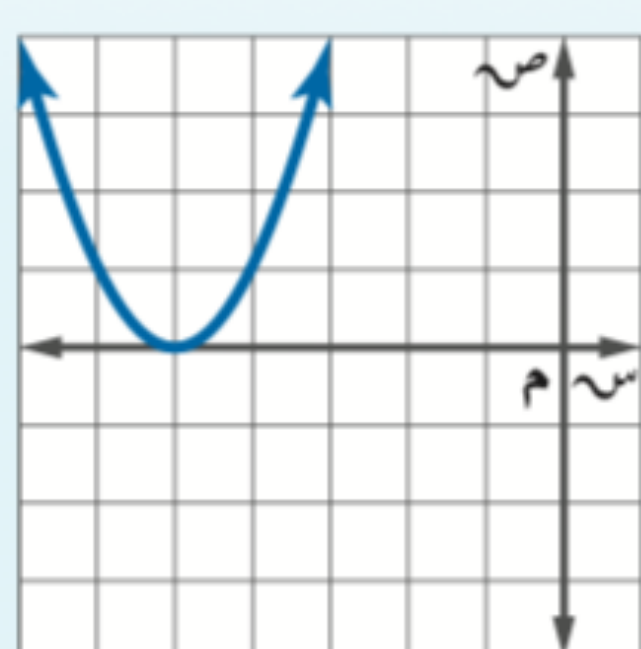
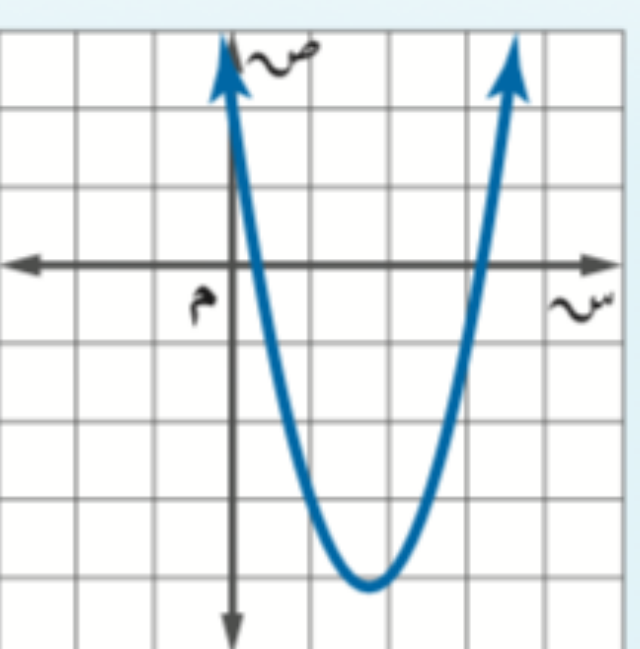




| ملخص المفهوم                 |                                                                                                                               |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حل المعادلات التربيعية       |                                                                                                                               |
| أضف إلى مطوبتك               |                                                                                                                               |
| الطريقة                      | متى يُفضل استعمالها؟                                                                                                          |
| التحليل إلى عوامل            | تستعمل إذا كان الحد الثابت صفرًا، أو إذا كان من السهل تحديد العوامل فليست جميع المعادلات قابلة للتحليل.                       |
| التمثيل البياني              | تستعمل عندما يكون الحل التقريبي مقبولًا.                                                                                      |
| استعمال خاصية الجذر التربيعي | تستعمل إذا كانت المعادلة مكتوبة على الصورة $x^2 = n$ أو $x^2 = (s-h)$                                                         |
| إكمال المربع                 | يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0$ ، إلا أنه من الأسهل استعمالها إذا كان $b$ عددًا زوجيًا و $a = 1$ . |
| القانون العام                | يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0$ .                                                                  |





| مفهوم أساسي           |                                                                                      | استعمال المميز                                                                       |                                                                                     | أضف إلى مطوبتك |  |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--|
| المعادلة              | $س^2 + 2س + 5 = 0$                                                                   | $س^2 + 10س + 25 = 0$                                                                 | $س^2 - 7س + 2 = 0$                                                                  |                |  |
| المميز                | $ب^2 - 4أج = 16$<br>سالب                                                             | $ب^2 - 4أج = 0$<br>صفر                                                               | $ب^2 - 4أج = 33$<br>موجب                                                            |                |  |
| تمثيل الدالة المرتبطة |  |  |  |                |  |
|                       | عدد المقاطع السينية = 0                                                              | عدد المقاطع السينية = 1                                                              | عدد المقاطع السينية = 2                                                             |                |  |
| عدد الحلول الحقيقية   | 0                                                                                    | 1                                                                                    | 2                                                                                   |                |  |



## مثال ٤ : استعمال المميز

أوجد قيمة المميز للمعادلة:  $٤س - ٢س - ٥س = ٣$ ، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية.

**الخطوة ١ :** أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية:  $٤س - ٢س - ٥س = ٣$  ←  $٤س - ٢س - ٥س + ٣ = ٠$

**الخطوة ٢ :** أوجد المميز.

$$ب^٢ - ٤أج = (٥-)^٢ - ٤(٣)(٤)$$

$$٢٣ - =$$

بما أن المميز سالب فالمعادلة ليس لها حلول حقيقية.

$$أ = ٤، ب = ٥-، ج = ٣$$

إرشادات للدراسة

المميز:

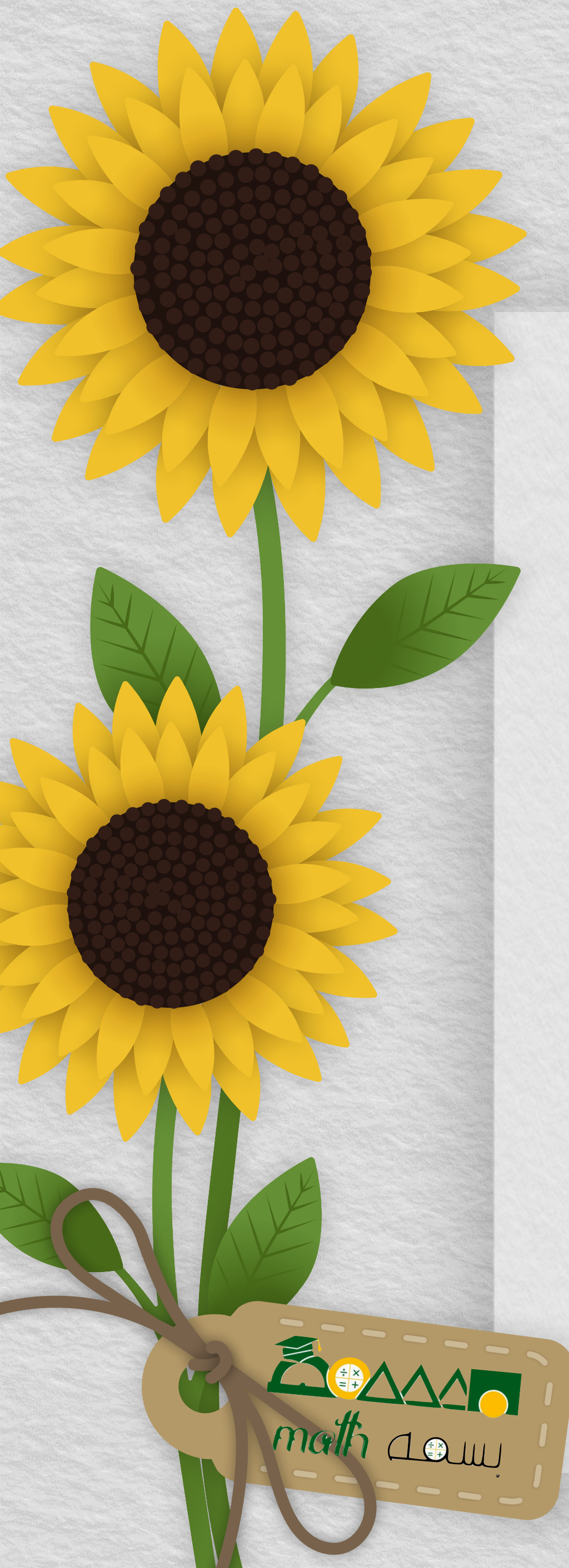
تذكر أنه إذا كان الطرف  
الأيمن في الصورة  
القياسية لثلاثي حدود من  
الدرجة الثانية مربعًا كاملاً  
فهناك حل واحد، ويكون  
المميز صفراً.



# تحقق من فهمك

$$٠ = ٢٥ + ٣٠س - ٩س^٢ \quad (٤ب)$$

$$٠ = ١٥ + ١١س + ٢س^٢ \quad (١٤أ)$$



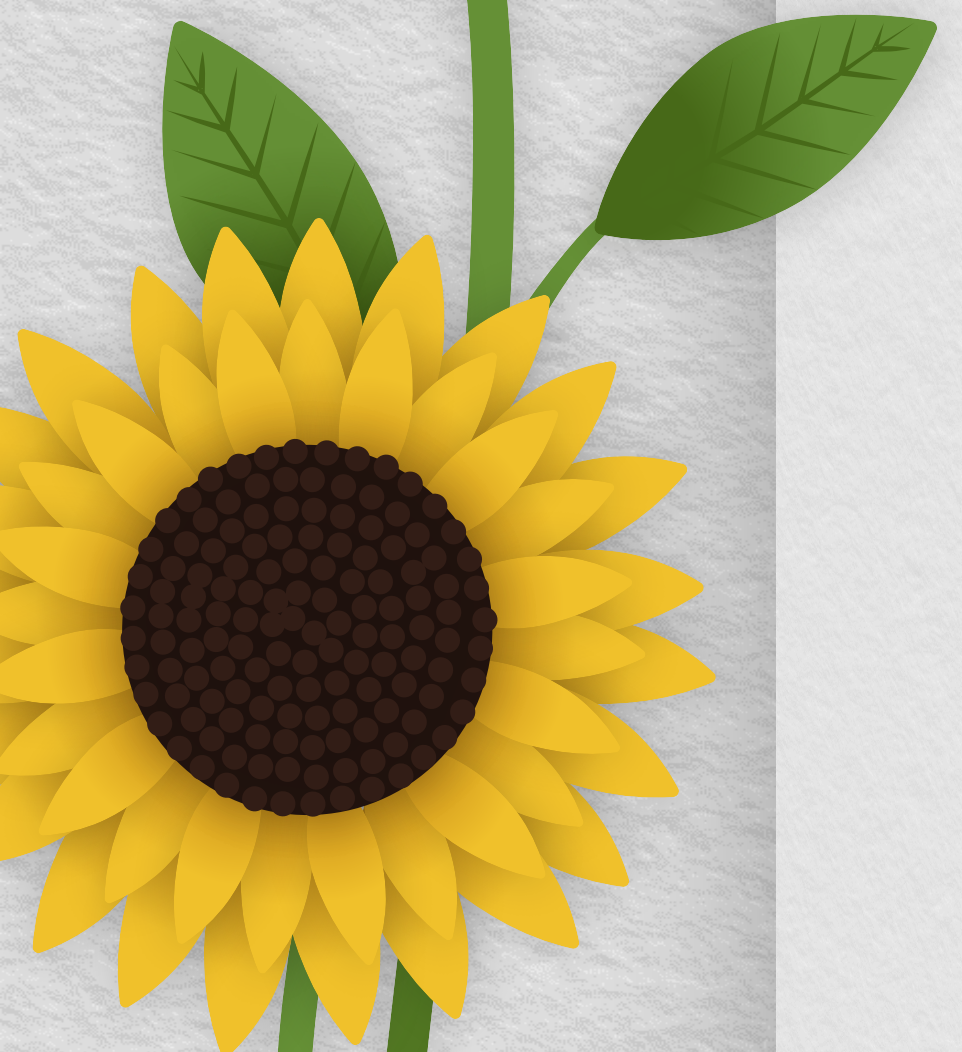
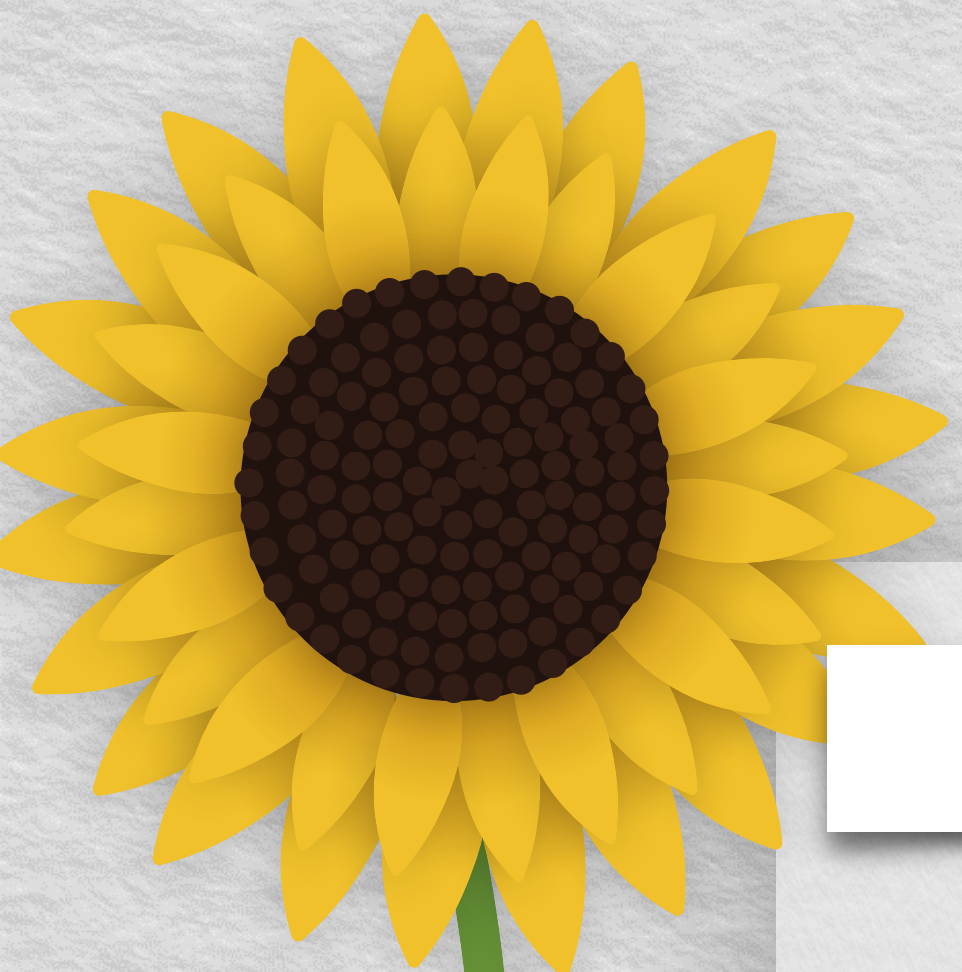


# تأكد

$$(٩) \quad ٨ = ٣س^٢ - س$$

$$(٨) \quad ١٦ - = ٩س^٢ + ٢٤س$$

$$(٧) \quad ٠ = ٩س^٢ - ٢١س + ١٠$$





# تأكد

(١٠) **منصة القفز:** يقفز خالد من فوق منصة القفز، حيث تمثل المعادلة  $l = -16n^2 + 4n + 6$ ، ارتفاع خالد (ل) بعد (ن) من الثواني، استعمل المميز لتحديد ما إذا كان خالد سيصل إلى ارتفاع ٢٠ قدمًا. فسّر إجابتك.





wordwall



تقويم ختامي

فقرة اللعب واستذكر



مجموعة رفاة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق





الواجب المنزلي

ودمتهم بسعادة

أحبتي

تطوير - إنشا - توثيق

 @bs87om

 @beso01987