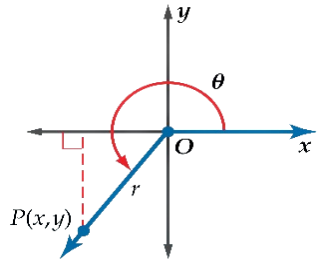
3 – 4 الدوال المثلثية للزوايا

المهارات السابقة	إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة .
المفردات	**الزوايا الربعية :** هي زوايا موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي علي أحد محوري الإحداثيات x,y . **الزوايا المرجعية :** هي الزاوية الحادة الموجبة باستخدام الاتجاه الموجب للمحور س باعتباره إطارها المرجعي.
المهارات الأساسية	أجد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية . أجد قيم الدوال المثلثية باستعمال الزوايا المرجعية .

يمكن إيجاد قيم الدوال المثلّثية لزوايا قياساتها تزيد على 90 ° أو تقلُّ عن 0°

من خلال إحداثيات النقطة $P(x,y)$ التي تقع على ضلع الانتهاء لزاوية في وضع قياسي مقدارها θ



الوتر $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

المجاور x المقابل y

فتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرفة كما يلي

$\sin\theta = \frac{y}{r}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	$\tan\theta = \frac{y}{x}$, $x \neq 0$
$\csc\theta = \frac{r}{y}$, $y \neq 0$	$\sec\theta = \frac{r}{x}$, $x \neq 0$	$\cot\theta = \frac{x}{y}$, $y \neq 0$

مثال : إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-5, -2)$
فأوجد قيم الدوال المثلّثية الست للزاوية θ؟

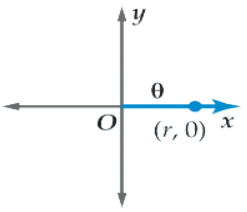
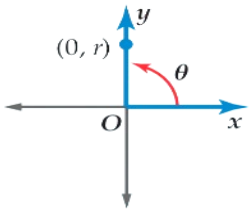
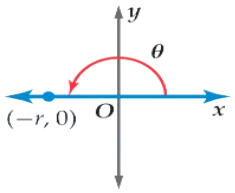
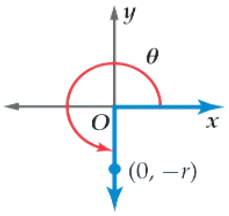
نوجد قيمة r : $x = -5$, $y = -2$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

ثم نعوض

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{29}} = \frac{-2\sqrt{29}}{29}$	$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-5}{\sqrt{29}} = \frac{-5\sqrt{29}}{29}$	$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$
$\csc\theta = \frac{r}{y} = -\frac{\sqrt{29}}{2}$	$\sec\theta = \frac{r}{x} = -\frac{\sqrt{29}}{5}$	$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

الزوايا الربعية وهي ($0°, 90°, 180°, 270°, 360°$)

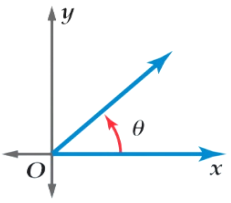
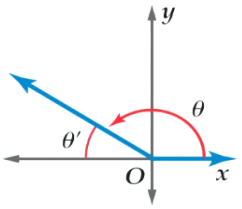
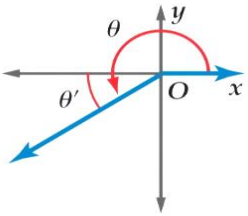
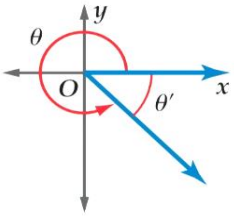
$\theta = 0°$ أو $\theta = 0\ rad$	$\theta = 90°$ أو $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad	$\theta = 180°$ أو $\theta = \pi$ rad	$\theta = 270°$ أو $\theta = \frac{3\pi}{2}$ rad
			

قيم الدوال المثلثية عند الزوايا الربعية دائما ثابته كالجدول التالي

الدالة	$90°$	$180°$	$270°$	$360° = 0°$
$\sin\theta$	1	0	-1	**0**
$\cos\theta$	0	-1	0	**1**
$\tan\theta$	غير معرف	0	غير معرف	**0**

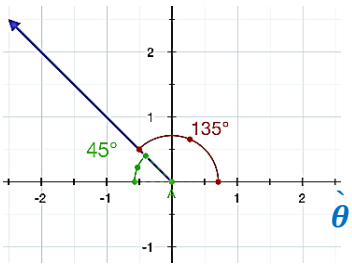
الزوايا المرجعية

(إذا أعطيت زوايا أكبر من $90°$ وأصغر من $0°$ يتم إرجاعها لزوايا حادة محصورة بين ضلع انتهاء الزاوية المعطاة ومحور x)

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
			
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 360° - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$

مثال : ارسم كلا من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها

$\theta = 135°$



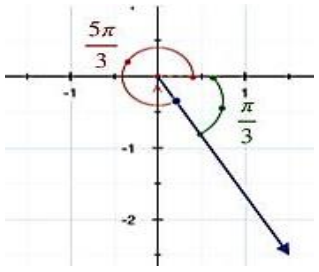
ضلع الانتهاء للزاوية $135°$

يقع في الربع الثاني

$\grave{\theta} = 180° - \theta$

$\grave{\theta} = 180° - 135° = 45°$

$\theta = \frac{5\pi}{3}$



$\frac{5\pi}{3}$ ضلع الانتهاء للزاوية

يقع في الربع الرابع

$\grave{\theta} = 2\pi - \theta$

$\grave{\theta} = 2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

إيجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية من خلال الزاوية المرجعية لها

نتبع ثلاث خطوات :

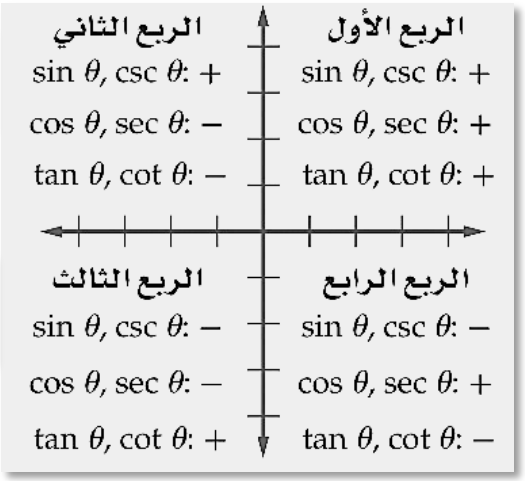
- نوجد قياس الزاوية المرجعية للزاوية المعطاة
- نوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية المرجعية
- نحدد إشارة قيمة الدالة للزاوية المعطاة حسب الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء

قاعدة إشارات الدوال المثلثية في الارباع

إذا كانت لدينا زاوية θ في الوضع القياسي،
فإننا نقول إن الزاوية θ تقع في الربع نفسه الذي يقع فيه ضلعها النهائي.
ولتحديد إشارة الدوال المثلثية لزاوية معلومة θ نضع في أذهاننا
أن إشارة دالة جيب التمام تتبع إشارة محور x
وأن إشارة دالة الجيب تتبع إشارة محور y والتوزيع التالي

في الرَّبع الأول، تكون قيَم الكلّ موجبة

في الرَّبع الثاني، تكون قيمة sin موجبة



في الرَّبع الثالث، تكون قيمة tan موجبة

في الرَّبع الرابع، تكون قيمة cos موجبة.

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

الدالة	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

الزوايا الشهيرة التي زواياها المرجعية

(30° , 45° , 60°)

	الربع(1)	الربع(2)	الربع(3)	الربع (4)
30°	30°	151°	210°	330°
45°	45°	135°	225°	315°
60°	60°	120°	240°	300°

تتفق الزوايا الشهيرة مع زواياها المرجعية بقيم الدوال المثلثية وتختلف بالإشارات كالتالي

مثال : أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يلي:

$\tan 315° = -\tan 45° = -1$	$\cos 150° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\csc 120° = \csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$
الإشارة سالبة لان الزاوية تقع في الربع الرابع والدالة tan في هذا الربع سالبة	الإشارة سالبة لان الزاوية تقع في الربع الثاني والدالة cos في هذا الربع سالبة	الإشارة موجبة لان الزاوية تقع في الثاني والدالة sin في هذا الربع موجبة

اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-3) الدوال المثلثية للزوايا

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	أي الدوال المثلثية قيمتها تساوي 0							
	Ⓐ	$\tan\frac{\pi}{2}$	Ⓑ	$\sin 180°$	Ⓒ	$\cos\pi$	Ⓓ	$\cot 0°$
2	القيمة الدقيقة ل $\sin 240°$							
	Ⓐ	$-\sqrt{3}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$-\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	الزاوية المرجعية للزاوية $150°$ هي							
	Ⓐ	$30°$	Ⓑ	$60°$	Ⓒ	$45°$	Ⓓ	$-210°$
4	إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يمر بالنقطة (-3, -4) أوجد القيمة الدقيقة ل $\sec\theta$							
	Ⓐ	$-\frac{5}{3}$	Ⓑ	$-\frac{4}{5}$	Ⓒ	$-\frac{3}{5}$	Ⓓ	$-\frac{5}{4}$
5	أوجد القيمة الدقيقة ل $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$							
	Ⓐ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓒ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓓ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$