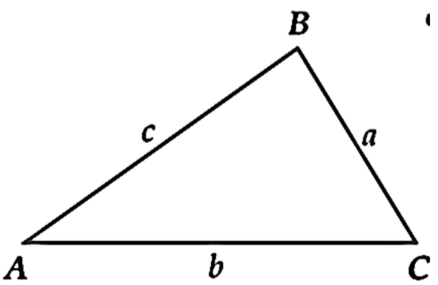
4 – 4 قانون الجيوب

المهارات السابقة	إيجاد أطوال أضلاع مثلثات قائمة الزاوية وقياسات زواياها .
المفردات	**قانون الجيوب :** هو قانون أو معادلة تربط بين أطوال أضلاع المثلث بجيوب زواياه الداخلية طبقاً للعلاقة . **حل المثلث :** استعمال القياسات المعطاة في إيجاد المجهول من أطوال أضلاع المثلث وقياس زواياه.
المهارات الأساسية	إيجاد مساحة مثلث باستعمال طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المحصورة بينهما . أستعمل قانون الجيوب في حل المثلثات .

إيجاد مساحة المثلث



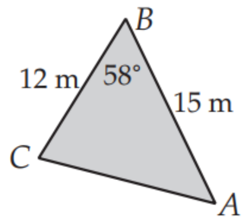
$$k = \frac{1}{2}\,\mathrm{a.b}\sin C$$

$$k = \frac{1}{2}\,\mathrm{a.}c\sin B$$

$$k = \frac{1}{2}\,\mathrm{b.c}\sin A$$

مساحة المثلث k تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما

تطبيق: أوجد مساحة المثلث ΔABC في كل من الحالات التالية مقربة إلى أقرب جزء من عشرة :



$$k = \frac{1}{2}\,\mathrm{a.}c\sin B$$

$$k = \frac{1}{2}\,(12)(15)\ \mathrm{s}$$

$$k = 76.3\ \ m$$

$A = 34°\ , b = 19.4\ ft\ \ ,\ \ c = 8.6\ ft$

$$k = \frac{1}{2}\,\mathrm{b.c}\sin A$$

$$k = \frac{1}{2}\,(19.4)(8.6)\sin 34°$$

$$k = 46.6\ \ ft^2$$

قانون الجيوب لحل المثلثات

يستخدم قانون الجيوب لحلّ المثلث في الحالات الآتية:

- معرفة قياسي زاويتين في المثلث وطول أي ضلع في إما زاوية – زاوية- ضلع حالة AAS ، أو زاوية- ضلع- زاوية حالةASA وفي هذه الحالة يوجد للمثلث حل وحيد أي يوجد مثلث وحيد
- معرفة طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما ضلع- ضلع- زاوية حالةSSA

وفي هذه الحالة إن عدد المثلثات الممكنة في هذه الحالة هو صفر، أو واحد ، أو اثنان. وبذلك فإنه ليس للمثلث حل أو له حل واحد ، أو له حلان.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

ينص قانون الجيب على أن النسبة بين طول أيّ ضلع وجيب الزاوية المقابلة له متساوية لجميع الأضلاع الثلاثة والزوايا المقابلة لها في أيّ مثلث .

تطبيقات

حل المثلث الذي فيه $B = 47°\,, C = 112°\;,\; b = 13$

من المعطيات زاويتين نوجد الزاوية الثالثة من مجموع زوايا المثلث : $A = 180° - (112° + 47°) = 21°$

باستخدام قانون الجيوب التعويض حل النسبة وإيجاد قيمة المتغير

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{\sin 47°}{13} = \frac{\sin 112°}{c}$$

$$c = \frac{13\ \sin 112°}{\sin 47°} = 16.5$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

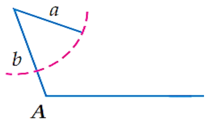
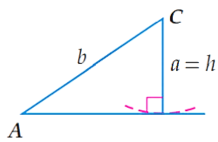
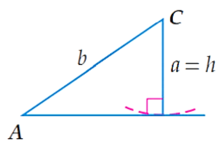
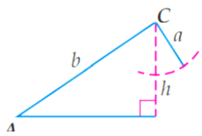
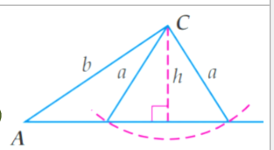
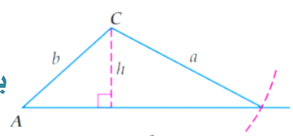
$$\frac{\sin 21°}{a} = \frac{\sin 47°}{13}$$

$$a = \frac{13\ \sin 21°}{\sin 47°} = 6.4$$

المثلثات الممكنة في حالة SSA

إذا علم في مثلث $m\angle A\,, a\,, b$

فإن الحالات الممكنة تعتمد أولا على قيمة الزاوية A

الحالة	التوضيح بالرسم	مثال
إذا كانت $\angle A$ قائمة أو منفرجة	لا يوجد حل  $a \le b$	$A = 131°\,, a = 15\,, b = 32$
	يوجد حل واحد  $a = h$	$A = 95°\,, a = 19\,, b = 12$
إذا كانت $\angle A$ حادة	يوجد حل واحد  $a = h$	$A = 30°\,, a = 3\,, b = 6$ $h\ = 6\sin 30° = 3$
	لا يوجد حل  $a < h$	$A = 60°\,, a = 15\,, b = 24$ $h\ = 24\sin 60° \approx 20.8$
	يوجد حلين وتسمى هذه الحالة بالحالة المبهمة  $h < a < b$	$A = 34°\,, a = 8\,, b = 13$ $h\ = 13\sin 34° \approx 7.3$
	يوجد حل واحد  $a \ge b$	$A = 38°\,, a = 21\,, b = 18$

اختبر نفسك

الوحدة الرابعة:
حساب المثلثات

(4-4) قانون الجيوب

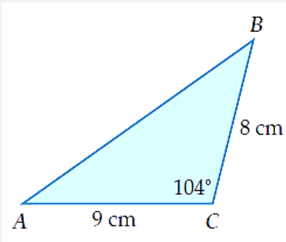
الاسم :   الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1 مساحة ΔABC الذي فيه $A = 31^\circ, b = 18m, c = 22m$ مقربة لأقرب جزء من عشرة

Ⓐ	$204m^2$	Ⓑ	$169.7m^2$	Ⓒ	$102m^2$	Ⓓ	$339.4m^2$

2 مساحة المثلث الموضح بالشكل لأقرب جزء من عشرة



Ⓐ	$34.9m^2$	Ⓑ	$8.7m^2$	Ⓒ	$69.9m^2$	Ⓓ	$34m^2$

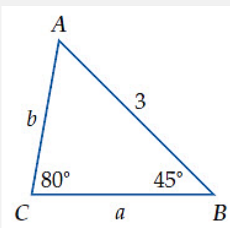
3 حدد المثلث الذي لا يوجد لها حل فيما يلي:

Ⓐ	$A = 35^\circ, a = 17, b = 20$	Ⓒ	$A = 30^\circ, a = 1, b = 4$
Ⓑ	$A = 26^\circ, a = 7, b = 6$	Ⓓ	$A = 105^\circ, a = 9, b = 6$

4 أي مثلث مما يأتي له حلان

Ⓐ	$A = 130^\circ, a = 19, b = 11$	Ⓒ	$A = 32^\circ, a = 16, b = 21$
Ⓑ	$A = 45^\circ, a = 4\sqrt{2}, b = 8$	Ⓓ	$A = 90^\circ, a = 25, b = 15$

5 من الشكل المقابل طول b لأقرب جزء من عشرة يكون



Ⓐ	4.2	Ⓑ	0.7	Ⓒ	1.7	Ⓓ	2.2