4 − 6 الدوال الدائرية

المهارات السابقة	إيجاد قيم دوال مثلثية باستعمال زوايا مرجعية .
المهارات الأساسية	أجد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة . أستعمل خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية .
المفردات	**دائرة الوحدة :** أو الدائرة المثلثية هي دائرة مركزها نقطة الأصل و نصف قطرها يساوي الواحد **الدالة الدائرية :** وتسمى أيضاً بالدوال المثلثية وهي مجموعة من الدوال الحقيقية التي تربط زاوية مثلث قائم مع نسبة ضلعين من أضلاعه. **الدالة الدورية :** هي دالة تكرر قيمتها بعد فترة محددة منتظمة متتالية . **الدورة :** النمط الواحد الكامل في الدالة الدورية **طول الدورة :** المسافة الأفقية في الدورة

في دائرة الوحدة

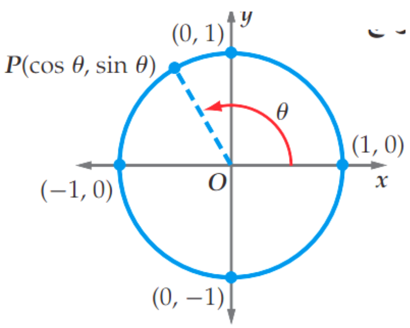
المركز: $(0,0)$

نصف القطر : $r = 1$

الزاوية : θ في وضع قياسي

$P(x,y)$ نقطة تقع على تقاطع ضلع الانتهاء مع دائرة الوحدة

$P(x,y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$



تطبيقات

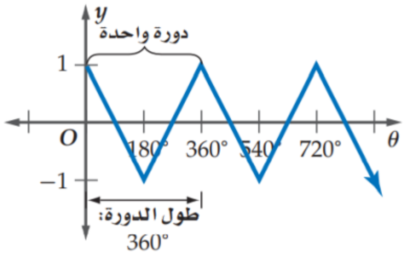
إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ فأوجد كلا من $\sin\theta, \cos\theta$

$$P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) = P(\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \sin\theta = -\frac{1}{2}$$

ملاحظات هامة : من خلال المعطى $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ يمكن تحديد الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء وهو الثالث لأن إشارات احداثيات كل من x,y سالبة ويمكن إيجاد باقي الدوال باستخدام دوال المقلوب او النسب المثلثية .

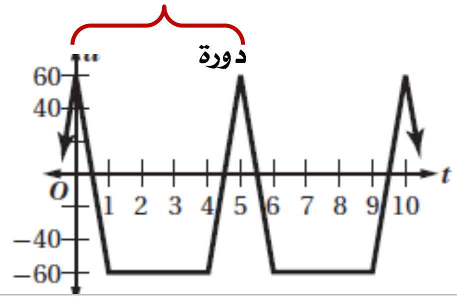
الدوال الدورية



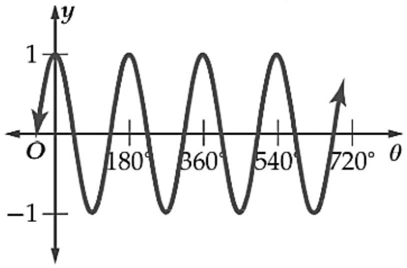
θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تكرر الدورة كل °360

دالة دورية تتكرر بنمط معين طول الدورة : 5



دالة دورية تتكرر بنمط معين طول الدورة : °180

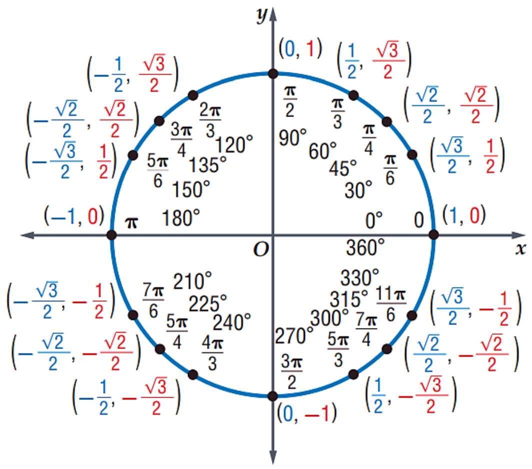


يبين الشكل المجاور القيم الدقيقة لكل من $\sin\theta$, $\cos\theta$ لبعض الزوايا الخاصة على دائرة الوحدة

$$\cos\theta = x \quad \Rightarrow \sec\theta = \frac{1}{x} \;, x \neq 0$$

$$\sin\theta = y \quad \Rightarrow \csc\theta = \frac{1}{y} \;, y \neq 0$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \quad \Rightarrow \cot\theta = \frac{x}{y} \;, y \neq 0$$



ملاحظات هامة تتكرر دورة كل من دالتي الجيب وجيب التمام كل °360 .

وهذا يعني أنهما دالتان دوريتان. طول دورة كل منهما 2π أو °360

لذا فإن قيم كل من الدالتين تتكرر كل °360 . فتكون النتيجة التالية صحيحة دائما

$$\sin(\theta + 360°) = \sin\theta$$

$$\cos(\theta + 360°) = \cos\theta$$

<table>
<tr><th colspan="2">تطبيق أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي</th></tr>
<tr>
<td>$\sin 585°$
$= \sin(225° + 360°)$
$= \sin 225° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$</td>
<td>$\cos 7\pi$
$= \cos(\pi + 3(2\pi))$
$= \cos\pi = -1$</td>
</tr>
</table>

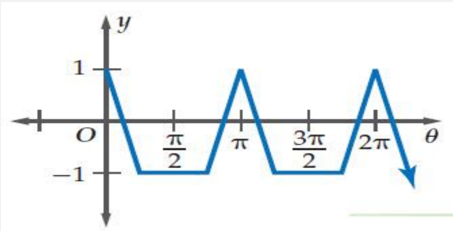
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	(4-6) الدوال الدائرية

الاسم :   الشعبة :

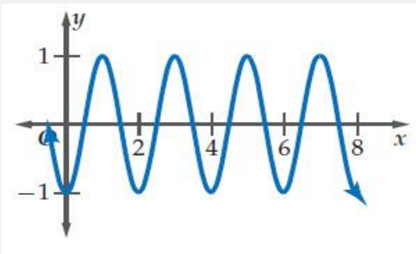
اختر الإجابة الصحيحة :

1 طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل يكون



Ⓐ		Ⓑ		Ⓒ		Ⓓ	
Ⓐ	$\frac{\pi}{2}$	Ⓑ	π	Ⓒ	$\frac{3\pi}{2}$	Ⓓ	2π

2 طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل هي :



Ⓐ	2	Ⓑ	4	Ⓒ	3	Ⓓ	6

3 $\sin 840° =$

Ⓐ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	$-\frac{1}{2}$

4 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(\frac{20}{29}, -\frac{21}{29}\right)$ فأوجد $\sec\theta$

Ⓐ	$-\frac{21}{29}$	Ⓑ	$-\frac{29}{21}$	Ⓒ	$\frac{20}{29}$	Ⓓ	$\frac{29}{20}$

5 أوجد القيمة الدقيقة ل $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓐ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓑ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓓ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$