مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ

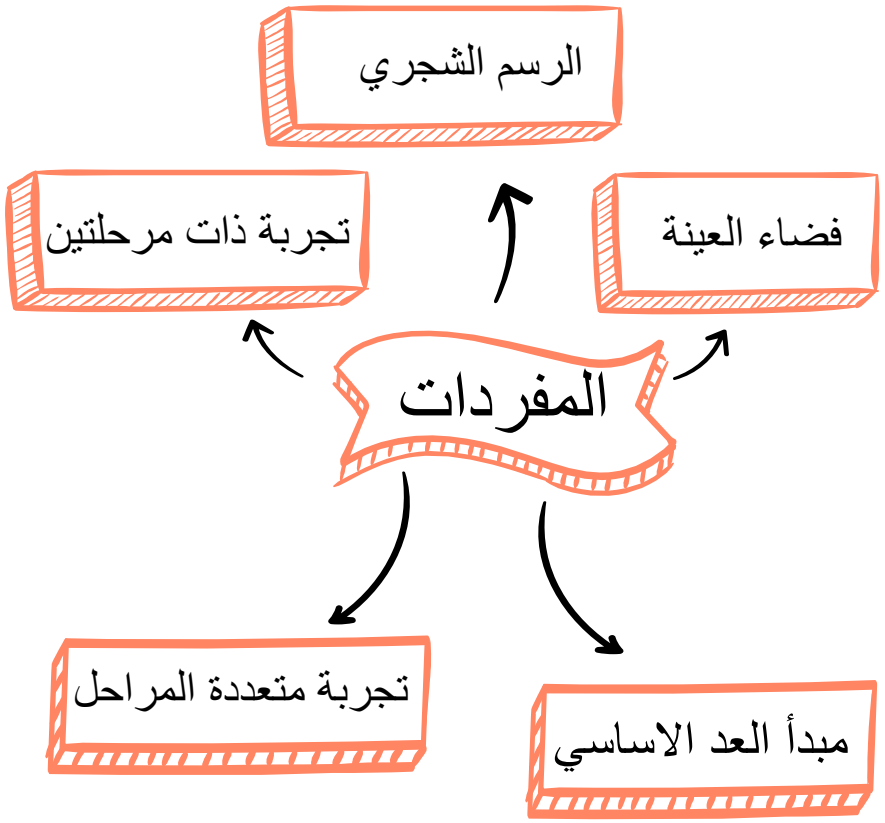
# تمثيل فضاء العينة

1

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال التجريبي

## الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .




Rawan Al-Qudah

## لماذا ؟؟؟

في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولًا. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

### اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولا ؟

التاريخ

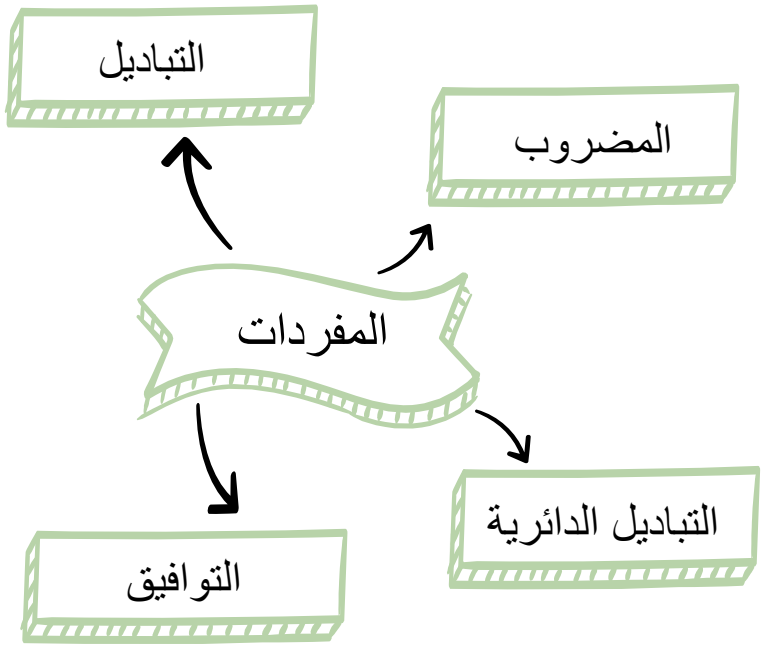
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

# 2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

## الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.




Rawan Al-Qudah

## لماذا ؟؟؟

وقف يوسف وعليٌّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد للمكان الأخير.

### اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

## مفهوم أساسي

### المضروب

**التعبير اللفظي:** يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب $n$ على الصورة $n!$، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي $n$ .

**بالرموز:** $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$،

**ارشادات للدراسة**

**العشوائية**

عندما يتم اختيار النواتج عشوائيًا تتساوى فرص وقوعها، ويمكن حساب احتمالاتها باستعمال التباديل والتوافيق.

## تحقق من فهمك

1) تصوير: ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

# الاحتمال باستعمال التباديل

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

## مفهوم أساسي

### التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** $n$ من العناصر المختلفة مأخوذة $r$ في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

## تحقق من فهمك

**2)** **بطاقات جامعية :** تستعمل الأرقام 9–1 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

**A)** ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

**B)** إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائيًّا، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

## تأكد

**1)** **هندسة :** إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلَّث هو الأول والمربع هو الثاني؟

## تدرب وحل المسائل

**8)** **مجموعات :** تمّ اختيار شخصين عشوائيًّا من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولًا ثم سليم ثانيًا؟

## التباديل مع التكرار

مفهوم أساسي

### التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها $n$ عندما يتكرر عنصر منها $r_1$ من المرات وآخر $r_2$ من المرات وهكذا . . . ، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_k!}$$

## تحقق من فهمك

**3)** أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائيًّا باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضًا؟

## تأكد

**3)** أعداد : يتكون عدد من الأرقام $1,3,3,3,6,6,3,5$ . ما احتمال أن يكون هذا العدد 5663133 ؟

## تدرب وحل المسائل

**9)** أحرف ممغنطة : اشترى عدنان أحرفًا ممغنطةً يمكن ترتيبها على باب ثلاجته، بحيث تشكل كلمات معينة.

إذا اختار تبديلًا من الأحرف المبينة في الشكل المجاور عشوائيًّا

فما احتمال أن تشكّل هذه الأحرف كلمة "مكالمات"؟

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

**ارشادات للدراسة**

**التباديل الدائرية**

عدد التباديل الدائرية لـ $n$ من العناصر يساوي عدد التباديل الخطية لها مقسومًا على عددها.

## التباديل الدائرية

مفهوم أساسي

### التباديل الدائرية

عدد التباديل المختلفة لـ $n$ من العناصر مرتبة على دائرة يساوي:

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

## تحقق من فهمك

**4A)** بطاقات : إذا رتبت 5 بطاقات مُسجل عليها الأسماء: (حسن، محمد، أحمد، سالم، سعود) على منضدة دائرية عشوائيًّا، فما احتمال ظهورها كما في الشكل المجاور؟

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

## التباديل الدائرية

إذا رُتبت عناصر عددها $n$ بالنسبة إلى نقطة مرجعية ثابتة (وهي نقطة أو موقع يحدَّد مسبقًا في بعض المسائل المتعلقة بالتباديل الدائرية ويقع عنده أحد العناصر في كل التباديل المختلفة لعناصر المجموعة) مما يؤدي إلى أن الترتيبات ستُعامل خطيًّا وسيكون عدد تباديلها يساوي $n!$.

## تحقق من فهمك

**4B** كرة قدم : تجمَّع فريق كرة قدم مكوَّن من 11 لاعبًا على شكل حلقة يتشاورون قبل بداية المباراة، إذا وقف حكم المباراة تمامًا خلف أحدهم، فما احتمال وقوف الحكم خلف حارس المرمى؟ وضِّح تبريرك.

**ارشادات للدراسة**

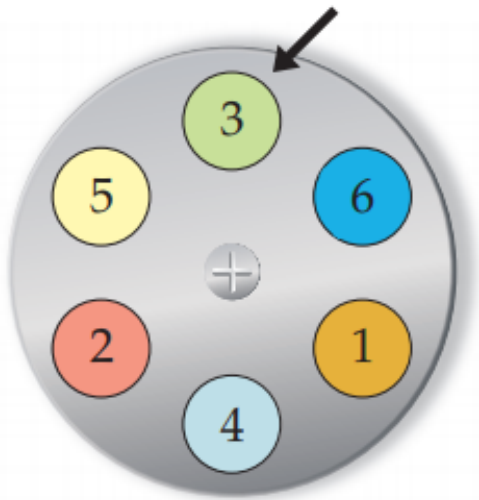
النقطة المرجعية

قبل بدء إيجاد الاحتمال المطلوب، حدِّد إذا كان ترتيب العناصر يتم وفق نقطة مرجعية ثابتة أم لا.

# تأكد

**4) كيمياء:** في معمل الكيمياء طُلب إليك اختبار ست عينات رتُبت عشوائيًّا على منضدة دائرية.

**a)** ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟




**b)** ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

**13)** ألعاب : رُتبت 8 كرات مرقّمة بالأرقام 2, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13 عشوائيًّا في صف:

**a)** ما احتمال أن تكون الكرة 2 والكرة 11 هما الأولى والثانية من اليسار على الترتيب؟

**b)** إذا خلطت الكرات الثماني عشوائيًّا. فما احتمال أن يكون الترتيب كما هو مبيّن في الشكل أدناه؟

**c)** إذا أُعيد ترتيب الكرات عشوائيًّا بحيث شكلت دائرة. فما احتمال أن تكون الكرة 6 إلى جانب الكرة 7؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التوافيق

**التوافيق**: هي اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

افترض أنك تحتاج إلى اختيار موظّفَيْنِ من بين 6 موظفين في أحد أقسام شركة لحضور مؤتمر، فإن الترتيب في اختيار الموظَّفَيْنِ غير مهم. وعليه يجب أن تستعمل التوافيق لتجد عدد الطرق الممكنة لاختيار الموظَّفَيْنِ.

## مفهوم أساسي

### التوافيق

**بالرموز:** يرمز إلى عدد توافيق $n$ من العناصر المختلفة مأخوذة $r$ في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$، حيث $${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)}$$

**مثال:** عدد توافيق 8 عناصر مأخوذة 3 في كل مرة يساوي:

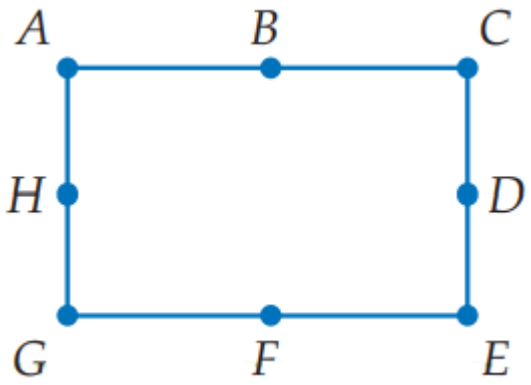
$${}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5!}}{\cancel{6} \cdot \cancel{5!}} = 56$$

**ارشادات للدراسة**

**التباديل والتوافيق**

استعمل التباديل عندما يكون ترتيب العناصر مهمًا، والتوافيق عندما لا يكون الترتيب مهمًا.

## تحقق من فهمك




**5)** هندسة : إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائيًّا من النقاط المسماة على المستطيل في الشكل المجاور فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة؟

## تأكد

**5)** مسابقات : اشترك 15 طالبًا من الصف الثاني الثانوي في مسابقة ثقافية. إذا اختير منهم 4 طلاب عشوائيًّا، فما احتمال أن يكونوا: ماجد وعبدالعزيز وخالد وفوزي؟

**10)** **رموز بريدية :** ما احتمال أن يكون الرمز البريدي 97275 إذا تم تكوينه عشوائيًّا من الأرقام 7,9,5,7,2؟

**12)** **مدينة ألعاب :** ذهب خليل وأصدقاؤه إلى مدينة ألعاب وقد اختاروا لعبة ذات مقاعد مرتبة في دائرة. إذا كان عدد المقاعد 8، فما احتمال أن يجلس خليل في المقعد الأبعد عن مدخل اللعبة؟

## مسائل مهارات التفكير العليا

**16)** **تبرير :** هل العبارة الآتية صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم أنها غير صحيحة أبدًا ؟ برّر إجابتك.

$${}_nP_r = {}_nC_r$$

### تدريب على اختبار

**21)** **احتمال:** يقف رجلان وولدان في صفٍّ واحدٍ. فما احتمال أن يقف رجل عند كل طرف من طرفَي الصف إذا اصطفوا بشكل عشوائي؟

A) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{2}$

### تدريب على اختبار

**23)** **احتمال:** ألقي مكعب مرقّم 9 مرات متتالية، فظهر العدد 6 على الوجه العلوي 9 مرات. إذا ألقي المكعب نفسه للمرة العاشرة، فما الاحتمال النظري لظهور العدد 6 على الوجه العلوي؟

A) 1 C) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{1}{10}$