مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ

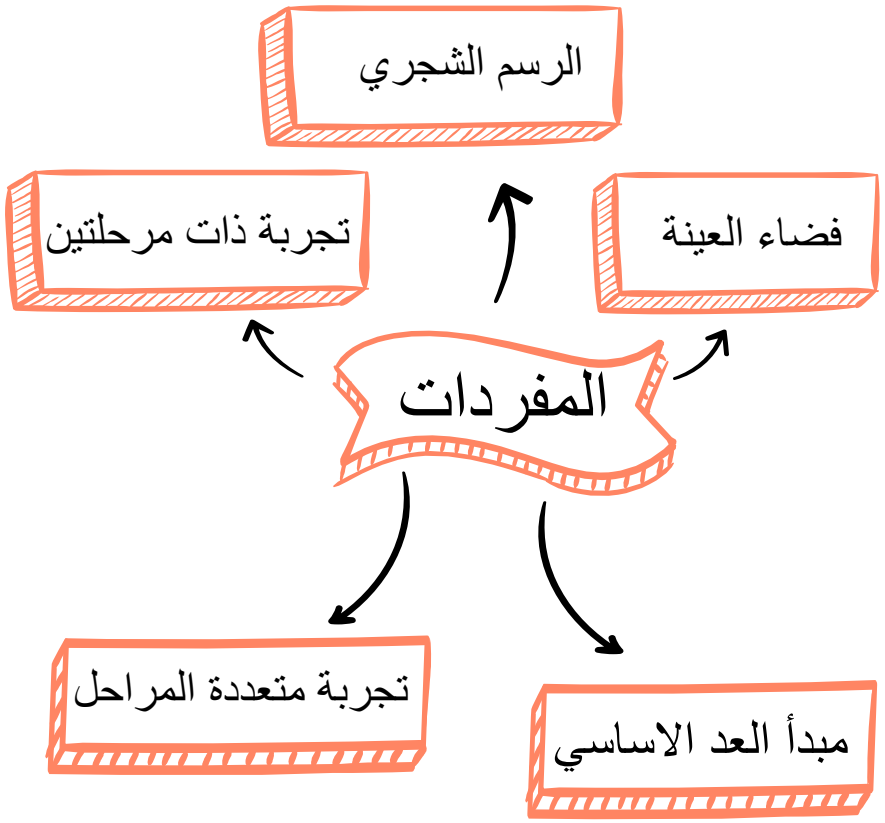
تمثيل فضاء العينة

1

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال التجريبي

الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .



Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولًا. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولا ؟

التاريخ

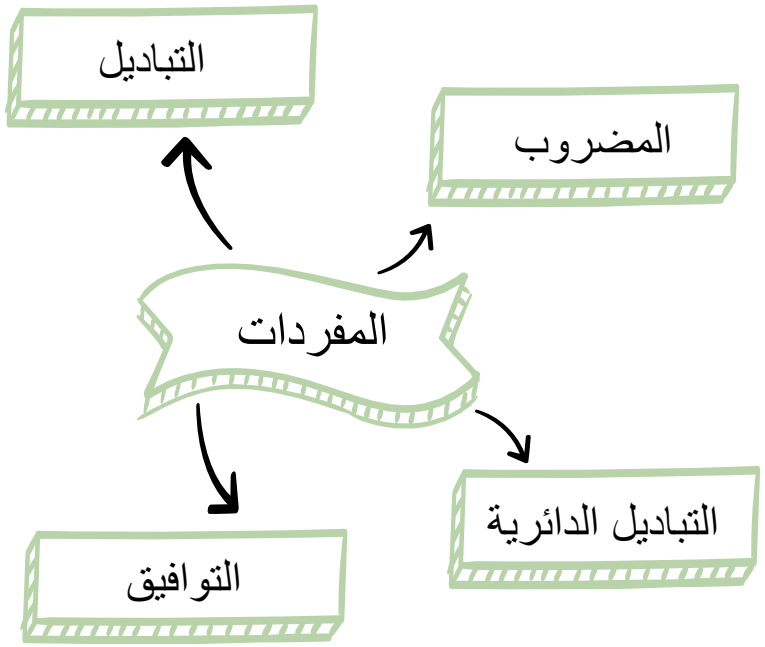
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.



Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

وقف يوسف وعليٌّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

مفهوم أساسي

المضروب

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

بالرموز: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$،

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار النواتج عشوائيًا تتساوى فرص وقوعها، ويمكن حساب احتمالاتها باستعمال التباديل والتوافيق.

تحقق من فهمك

1) تصوير: ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

الاحتمال باستعمال التباديل

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك

2) **بطاقات جامعية :** تستعمل الأرقام 9–1 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائيًّا، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

1) **هندسة :** إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلَّث هو الأول والمربع هو الثاني؟

تدرب وحل المسائل

8) **مجموعات :** تمّ اختيار شخصين عشوائيًّا من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولًا ثم سليم ثانيًا؟

التباديل مع التكرار

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا . . . ، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_k!}$$

تحقق من فهمك

3) أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائيًّا باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضًا؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ

3

الاحتمال الهندسي

فيما سبق :
درست إيجاد احتمالات الحوادث البسيطة

الأهداف :

1. إيجاد الاحتمالات باستعمال الأطوال.
2. إيجاد الاحتمالات باستعمال المساحات.

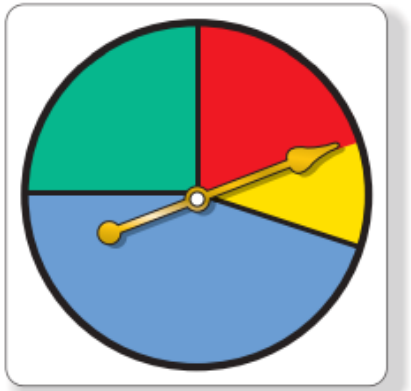
المفردات

الاحتمال الهندسي

Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

في القرص ذي المؤشر الدَّوار المبين في الشكل، إذا تم تدوير المؤشر فإنه يستقر على أحد الألوان (الأزرق، الأحمر، الأخضر، الأصفر)، ويعاد تدوير المؤشر إن استقر على الخط الفاصل بين لونين.



اسئلة التعزيز

1. أي لون هو الاكثر احتمالا ليستقر فوقه المؤشر؟
2. أي لون هو الاقل احتمالا ليستقر فوقه المؤشر ؟

الاحتمال الهندسي

احتمال استقرار مؤشر القرص على أحد الألوان يعتمد على مساحة ذلك اللون.
ويسمى الاحتمال الذي يتضمن قياسًا هندسيًّا مثل الطول أو المساحة **احتمالًا هندسيًّا**.

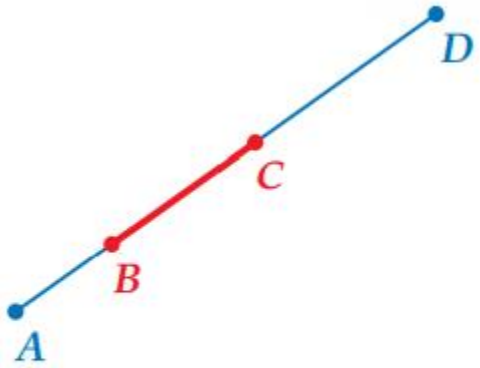
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مفهوم أساسي

الاحتمال الهندسي

التعبير اللفظي: إذا احتوت القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة أخرى (2)، واختيرت نقطة تقع على القطعة (1) عشوائيًّا، فإن احتمال أن تقع النقطة على القطعة (2) يساوي:

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة (2)}}{\text{طول القطعة المستقيمة (1)}}$$



مثال: إذا اختيرت النقطة E عشوائيًّا على $\overline{AD}$، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

ارشادات للدارسة

الاحتمال والاطوال

$P(E \in \overline{BC})$ تعني احتمال أن تقع النقطة E على القطعة المستقيمة $\overline{BC}$.

تحقق من فهمك

إذا اختيرت النقطة X عشوائيًّا على $\overline{JM}$ كما في الشكل أدناه،

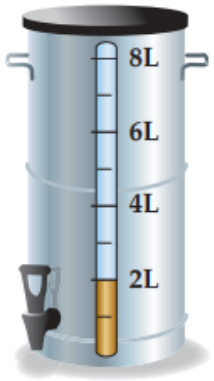
1A $P(X \in \overline{LM})$

1B $P(X \in \overline{KM})$

2) **شاي :** يحضِّر مطعم الشاي في وعاء سعته 8L ، وعندما ينخفض مستوى الشاي في الوعاء عن 2L، يصبح تركيز الشاي كبيرًا ويختلف طعمه.

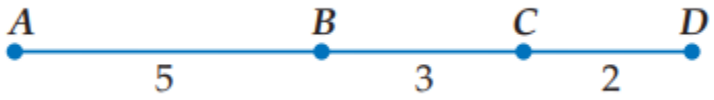
A) إذا حاول شخص ملء كأس من الشاي، فما احتمال أن يكون مستوى الشاي في الوعاء تحت مستوى 2L ؟

B) ما احتمال أن يكون مستوى الشاي في الوعاء في أيِّ وقت بين 2L و 3L؟



تأكد

إذا اختيرت النقطة X عشوائيًّا على $\overline{AD}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا مما يأتي:



1) $P(X$ تقع على $\overline{BD})$ (أن

2) $P(X$ تقع على $\overline{BC})$ (أن

تدرب وحل المسائل

10) تلفاز : يُتابع عمّار برنامجًا تلفزيونيًّا مدته 30 دقيقة. إذا كان يُبث إعلان في التلفاز في وقت عشوائي مرّة كل فترة 3 ساعات. فما احتمال أن يشاهد عمّار الإعلان ثانية خلال متابعته برنامجه المفضّل الذي مدته 30 دقيقة في اليوم التالي؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الاحتمال والمساحة

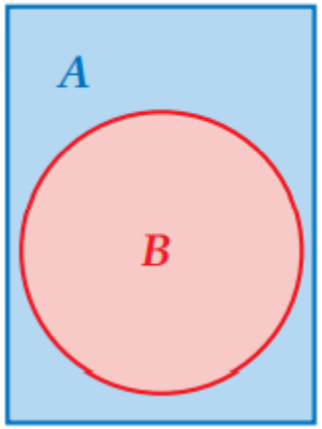
تتضمن الاحتمالات الهندسية حساب المساحات أيضًا. وفيما يأتي كيفية حساب الاحتمال الهندسي المتضمن مساحة.

مفهوم أساسي

نظرية ذات الحدين

التعبير اللفظي: إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B ، واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائيًا، فاحتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B يساوي:

$$\frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$$



مثال: إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا في المستطيل A ، فإن:

$$P(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$

وعند تحديد الاحتمال الهندسي لهدفٍ ما نفترض الآتي:

- وقوع الهدف ضمن منطقة محددة .
- أن احتمال وقوع الهدف في أيِّ مكانٍ من المنطقة متساوٍ .

تحقق من فهمك

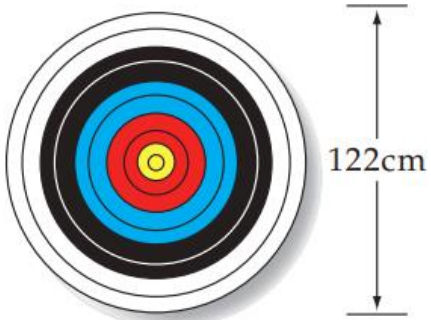
3) **الهبوط بالمظلات :** يهبط مظلي على هدف مكون من ثلاث دوائر متحدة المركز. إذا كان قطر الدائرة الداخلية $2\,m$ ويزداد نصف قطر كل دائرة تالية بمقدار $1\,m$.

A) (أن يهبط المظلي في المنطقة الزرقاء)P

B) (أن يهبط المظلي في المنطقة البيضاء)P

تأكد

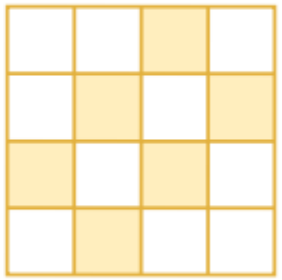
4) **لعبة السهام :** يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.



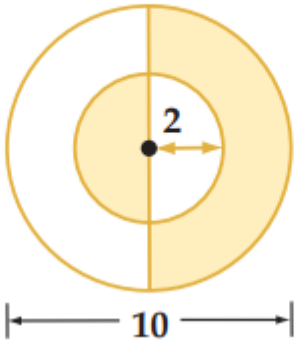
تدرب وحل المسائل

اختيرت نقطة عشوائيًّا في كلٍّ من الأشكال الآتية، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظلّلة.

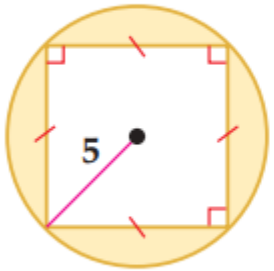
11)



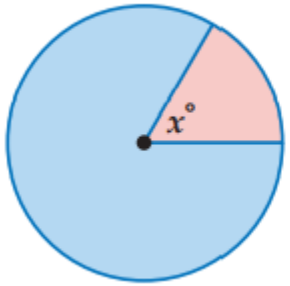
12)



13)



الاحتمال والقطاعات الدائرية



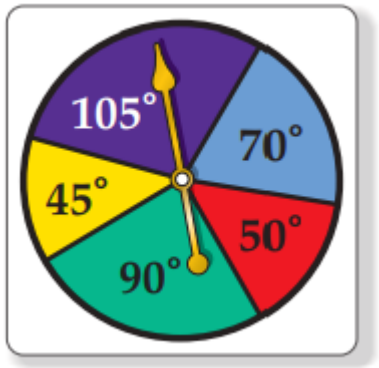
يمكنك أيضًا استعمال قياس الزاوية لإيجاد الاحتمال الهندسي.

إن نسبة مساحة قطاع في دائرة إلى مساحة الدائرة الكلية كنسبة قياس زاوية القطاع المركزية ($x°$) إلى $360°$. وعليه فإنه إذا اختيرت نقطة عشوائيًّا داخل الدائرة فإن احتمال وقوعها داخل القطاع يساوي $\frac{x}{360}$

تحقق من فهمك

استعمل القرص ذا المؤشر الدوّار في الشكل المجاور لإيجاد كلٍّ مما يأتي:

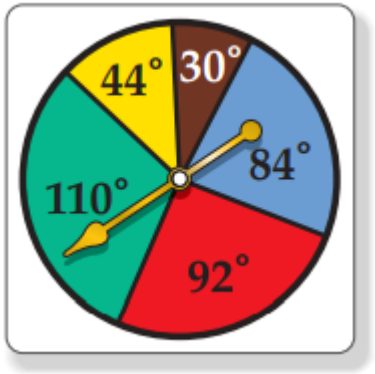
(علمًا بأنه يعاد تدوير المؤشر إذا استقر على الخط الفاصل بين القطاعات الملونة)



4A (عدم استقرار المؤشر على اللون الأخضر) P

4B (استقرار المؤشر على اللون الأزرق) P

استعمل القرص ذا المؤشر الدوّار لإيجاد كلٍّ مما يأتي
(إذا استقر المؤشر على الخط الفاصل بين القطاعات الملونة يُعاد تدويره):



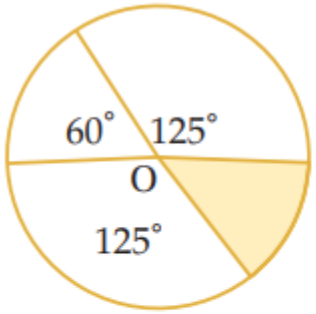
14) (استقرار المؤشر على اللون الأصفر)P

15) (استقرار المؤشر على اللون الأزرق)P

16) (عدم استقرار المؤشر على اللون الأخضر)P

17) (عدم استقرار المؤشر على اللون الأحمر ولا على اللون الأصفر)P

24) اكتشف الخطأ : حسب كلٌّ من عمر وسالم احتمال وقوع النقطة التي يتم اختيارها عشوائيًا داخل الدائرة O في المنطقة المظلّلة، أيُّهما حلُّه صحيح؟ وضِّح تبريرك.



عمر

$$P = \frac{\text{قياس زاوية القطاع المظلل}}{360}$$

$$= \frac{50}{360}$$

$$\approx 13.9\%$$

سالم

$$P = \frac{\text{قياس زاوية القطاع المظلل}}{360}$$

$$= \frac{60}{360}$$

$$\approx 16.7\%$$

تدريب على اختبار

29) احتمال: رسمت دائرة نصف قطرها 3 وحدات داخل مربع طول ضلعه 9 وحدات، واختيرت نقطة عشوائيًّا داخل المربع. ما احتمال أن تقع أيضًا داخل الدائرة؟

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{9}{\pi}$

تدريب على اختبار

30) احتمال: يحتوي صندوق على 7 كرات زرقاء، و6 كرات حمراء، وكرتين بيضاوين و 3 كرات سوداء. إذا سحبت كرة واحدة عشوائيًّا. فما احتمال أن تكون حمراء؟

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{7}{18}$