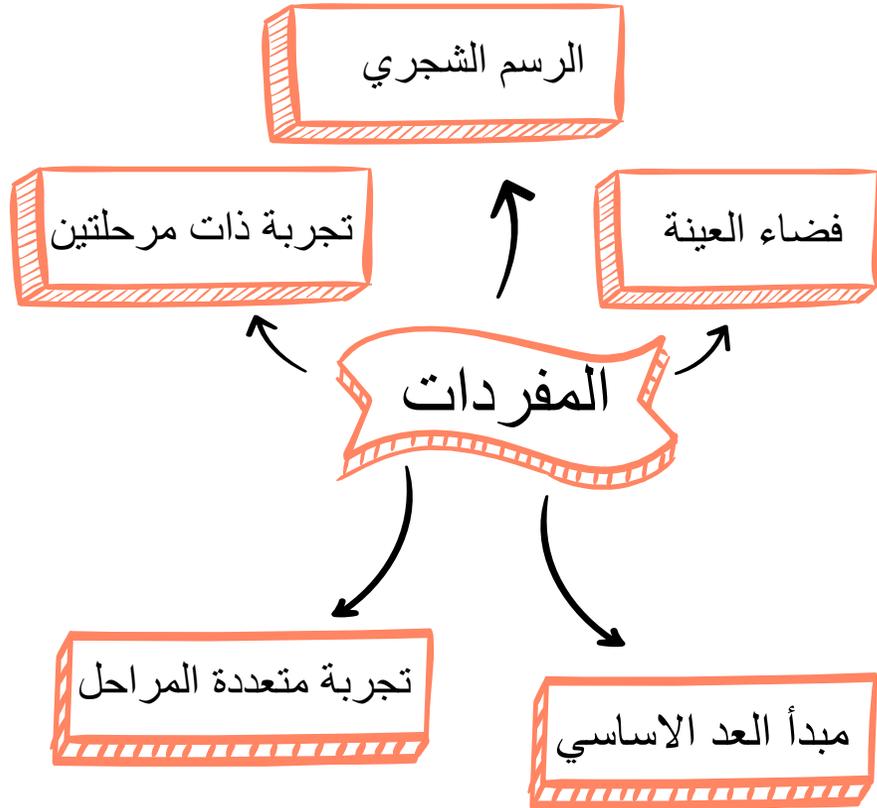


# تمثيل فضاء العينة

1



## الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول  
والرسم الشجري لتمثيل  
فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي  
لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :  
درست حساب الاحتمال  
التجريبي

## لماذا؟؟؟



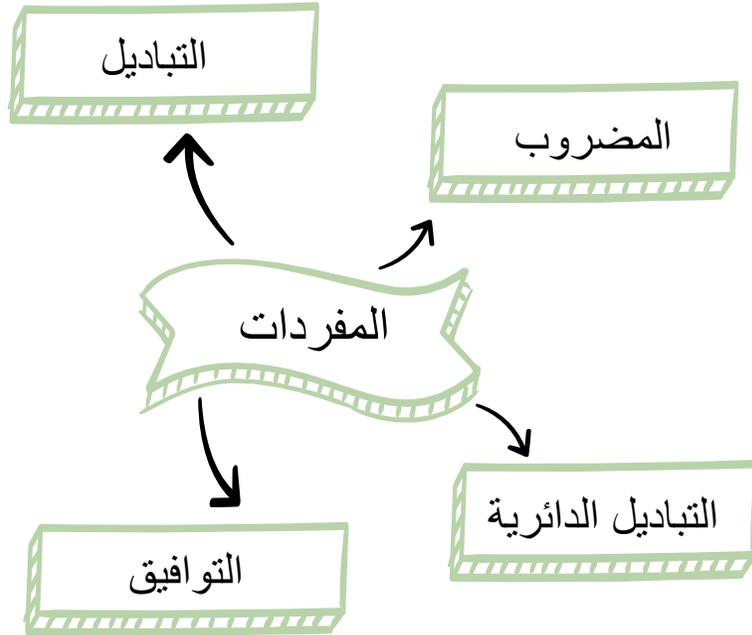
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

### اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

## الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



### الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :  
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

## لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.  
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن  
يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد  
للمكان الأخير.

## اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

## مفهوم أساسي

### ارشادات للدراسة

#### العشوائية

عندما يتم اختيار  
النواتج عشوائياً  
تتساوى فرص  
وقوعها، ويمكن حساب  
احتمالاتها باستعمال  
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب  $n$  على الصورة  $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي  $n$ .



بالرموز:  $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن  $0! = 1$ .

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

## مفهوم أساسي

### التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل**  $n$  من العناصر المختلفة مأخوذة  $r$  في كل مرة بالرمز  ${}_n P_r$  حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

## تحقق من فهمك



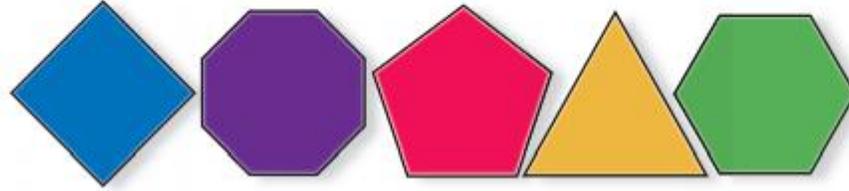
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

## تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



## تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

## مفهوم أساسي

### التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها  $n$  عندما يتكرر عنصر منها  $r_1$  من المرات وآخر  $r_2$  من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

### التباديل مع التكرار



### تحقق من فهمك

**(3 أعداد :** تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

## احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة



فيما سبق :

درست حساب الاحتمالات  
البسيطة

### الأهداف :

1. إيجاد احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة .
2. إيجاد احتمال حادثة إذا علم وقوع حادثة أخرى .

الحوادث المستقلة

الحوادث غير المستقلة

الحادثة المركبة

المفردات

شجرة الاحتمال

الاحتمال المشروط

الحادثة المشروطة



## لماذا؟؟؟



يسحب معلم الكيمياء عشوائياً بطاقات من صندوق فيه أسماء طلاب صفه البالغ عددهم 18 طالباً، ليحدد من سيقدم عرضه الأول. ويأمل سعود أن يكون الأول وصديقه فيصل الثاني.

### اسئلة التعزيز

1. ما العوامل التي تؤثر في احتمال اختيار سعود أولاً وفيصل ثانياً؟
2. إذا اختير سعود أولاً ، فما احتمال أن يكون فيصل ثانياً؟
3. كيف يؤثر اختيار الطالب الذي سيقدم عرضه أولاً في اختيار فيصل ثانياً؟

## الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

تكون **الحادثة المركبة** من حادثتين بسيطتين أو أكثر.

ويمكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة أو غير مستقلة.

- تكون  $A$  و  $B$  **حادثتين مستقلتين** إذا كان احتمال حدوث  $A$  لا يؤثر في احتمال حدوث  $B$ .
- تكون  $A$  و  $B$  **حادثتين غير مستقلتين** إذا كان احتمال حدوث  $A$  يغير بطريقة ما احتمال حدوث  $B$ .

افتراض أنه تم اختيار عناصر من مجموعة ما، فإذا أُعيد العنصر في كل مرة، فإن اختيار عناصر أخرى هي حوادث مستقلة. وإذا لم يُرجع العنصر في كل مرة، فإن اختيار عناصر أخرى هي حوادث غير مستقلة.

تحقق من فهمك

### ارشادات للدارسة

#### الحادثة البسيطة

هي الحادثة التي تتكون من ناتج واحد من النواتج الممكنة لتجربة ما. فمثلاً عند رمي مكعب مرقم مرة واحدة، فإن الحادثة التي تمثل ظهور العدد 5 مثلاً هي حادثة بسيطة.

حدّد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أم غير مستقلتين في كلِّ مما يأتي، ووضّح إجابتك:

(1A) سُحبت بطاقة من مجموعة بطاقات، ثم أعيدت إلى المجموعة، ثم سُحبت بطاقة ثانية.

(1B) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضًا.

حدّد إذا كانت الحادثتان مستقلّتين أم غير مستقلّتين في كلّ مما يأتي، ووضّح إجابتك:

تأكد

(1) وصل فريق كرة القدم في مدرسة إلى الدور قبل النهائي، وإذا ربح فسيلعب في المباراة النهائية للبطولة.



تدرب وحل المسائل

(8) تكرار سحب كرة زرقاء في تجربة سحب كرتين متتاليتين عشوائياً دون إرجاع، من حقيبة بها 3 كرات خضراء و 4 كرات زرقاء.

## مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: احتمال وقوع حدثين مستقلتين معاً يساوي حاصل ضرب احتمالي الحدثين.

بالرموز: إذا كانت الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتين فإن:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

## احتمال حدثين مستقلين



## تحقق من فهمك

### قراءة الرياضيات

(n)

يدل هذا الرمز على

تقاطع الحدثين (وقوع

الحدثين معاً)، ويشير إلى

ضرب الاحتمالات. وتقرأ

العبرة  $P(A \cap B)$  :

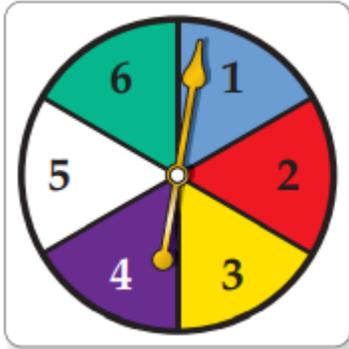
احتمال وقوع  $A$  ووقوع  $B$  معاً.

(2A) إذا أُلقيت قطعة نقد ورُمي مكعب مرقم مرة واحدة. فما احتمال ظهور الشعار والعدد 6؟

(2B) إذا أُلقيت قطعة نقد أربع مرات متتالية. فما احتمال الحصول على كتابة أربع مرات؟

(3) **بطاقات** : يحتوي صندوق على 20 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات متساوية لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر، والأسود، والأخضر، والأزرق. سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من الصندوق، ثم أعيدت إليه، وبعد ذلك سُحبت بطاقة ثانية. ما احتمال اختيار بطاقة حمراء في المرتين؟

(10) **ألعاب** : إذا أُدير مؤشر القرص المبيّن في الشكل المجاور وأُلقيت قطعة نقد مرة واحدة. فما احتمال الحصول على عدد زوجي وظهور كتابة على قطعة النقد؟



## مفهوم أساسي

احتمال وقوع حدثين غير مستقلتين معاً يساوي حاصل ضرب احتمال وقوع الحادثة الأولى في احتمال وقوع الحادثة الثانية بعد وقوع الأولى فعلاً.

إذا كانت الحادستان  $A$  و  $B$  غير مستقلتين، فإن:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

## احتمال حدثين غير مستقلين



### ارشادات للدارسة

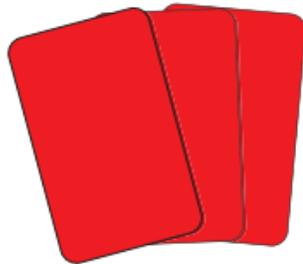
#### قيم الاحتمال

- لأي حدث  $X$  في تجربة عشوائية يكون:  $0 \leq P(X) \leq 1$
- مجموع احتمالات جميع النواتج في تجربة عشوائية يساوي 1

يقرأ الرمز  $P(B|A)$  احتمال وقوع الحادثة  $B$  بشرط وقوع الحادثة  $A$  أولاً، وهذا يُسمى **الاحتمال المشروط** ويمكنك استعمال الرسم الشجري مع الاحتمالات. وتُسمى **شجرة الاحتمال**.

## تحقق من فهمك

**(3) بطاقات :** يحتوي صندوق على 24 بطاقة، منها 6 بطاقات زرقاء مرقمة من 1 إلى 6 وبالمثل 6 بطاقات حمراء و 6 صفراء و 6 خضراء. ما احتمال سحب 3 بطاقات حمراء الواحدة تلو الأخرى إذا كان السحب دون إرجاع؟



**(17) تنس أرضي :** إذا كانت نسبة أداء الضربة الأولى دون أخطاء للاعب التنس 40% على حين كانت نسبة الضربة الثانية 70%، فأجب عما يأتي:

(a) ارسم شجرة الاحتمال التي تبين احتمالات النواتج.

(b) ما احتمال أن يرتكب اللاعب خطأ مزدوجاً؟

**(11) شعارات :** معتمداً على الجدول المجاور، إذا اختير شعاران عشوائياً، فما احتمال أن يكون كلا الشعارين الأول والثاني أحمر؟

لون الشعار	العدد
أزرق	20
أبيض	15
أحمر	25
أسود	10

يمكنك إيجاد احتمال وقوع **حادثة مشروطة**، وذلك بإعطاء معلومات إضافية عن وقوع حادثة أخرى، وذلك باختزال فضاء العينة،

## الاحتمال المشروط

### قراءة الرياضيات

### الاحتمال المشروط

$P(5|A)$  تقرأ احتمال أن يكون العدد الناتج 5 إذا وقعت الحادثة  $A$ .

## مفهوم أساسي

الاحتمال المشروط لـ  $B$  إذا وقع  $A$  هو  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$  حيث:  $P(A) \neq 0$ .



## ارشادات للدارسة

### التقاطع

تقاطع مجموعتين هو مجموعة كل العناصر المشتركة التي تنتمي إلى المجموعة الأولى وإلى المجموعة الثانية في الوقت نفسه ويرمز لها بالرمز  $\cap$ .

## تحقق من فهمك

4) عند رمي مكعبين مرقمين متميزين مرة واحدة، ما احتمال أن يظهر العدد 4 على أحدهما إذا كان مجموع العددين على الوجهين الظاهرين يساوي 9؟

$\frac{1}{3}$  C

$\frac{1}{6}$  A

$\frac{1}{2}$  D

$\frac{1}{4}$  B

(5) **أصدقاء :** يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة القدم، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائياً، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10؟



(12) سُحبت كرة حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على كرتين زرقاوين و 9 حمراء دون إرجاع. ما احتمال سحب كرة حمراء ثانية؟

**(18) اكتشف الخطأ :** أراد كلٌّ من مهند وجابر إيجاد احتمال  $A$  شرط وقوع  $B$ ، حيث  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.3$ ، والحادثان  $A$  و  $B$  مستقلتان. أيُّهما إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

جابر

بها أننا لا نعرف  $P(A \cap B)$ ،  
فإننا لا نستطيع إيجاد  $P(A|B)$

مهند

بها أن  $A$  و  $B$  حادثتان مستقلتان،  
فإن:  $P(A|B) = P(A)$

### تدريب على اختبار

**(23) احتمال :** يمكن أن يلعب بلال عشوائياً في واحدة من 6 رياضات في النادي، ويتناول طعامه في فترة من ثلاث فترات يحددها النادي. ما احتمال أن يلعب الرياضة الثانية ويتناول طعامه في الفترة الأولى؟

- $\frac{1}{2}$  D  $\frac{1}{9}$  C  $\frac{1}{6}$  B  $\frac{1}{18}$  A

