التاريخ

تمثيل فضاء العينة

1

فيما سبق :

درست حساب الاحتمال التجريبي

الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .

المفردات

الرسم الشجري

فضاء العينة

تجربة ذات مرحلتين

تجربة متعددة المراحل

مبدأ العد الاساسي

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني / القراءة والتلخيص

لماذا ؟؟؟

في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولًا. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولا ؟

التاريخ

2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

فيما سبق :

درست استعمال مبدأ العد الأساسي

الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

المفردات

- التباديل
- المضروب
- التباديل الدائرية
- التوافيق

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني / القراءة والتلخيص

لماذا ؟؟؟

وقف يوسف وعليٌّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم. وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

مفهوم أساسي

المضروب

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

بالرموز: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$،

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار النواتج عشوائيًا تتساوى فرص وقوعها، ويمكن حساب احتمالاتها باستعمال التباديل والتوافيق.

تحقق من فهمك

1) تصوير: ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

الاحتمال باستعمال التباديل

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nP_r$ حيث

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك

2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 9–1 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائيًّا، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

1) **هندسة :** إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلَّث هو الأول والمربع هو الثاني؟

تدرب وحل المسائل

8) **مجموعات :** تمّ اختيار شخصين عشوائيًّا من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولًا ثم سليم ثانيًا؟

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

التباديل مع التكرار

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_k!}$$

تحقق من فهمك

3) أعداد: تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائيًّا باستعمال الأرقام 3 ,5 ,1 ,2 ,5 ,1، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضًا؟

التاريخ

4 قانون الجيوب

فيما سبق :

درست إيجاد أطوال أضلاع مثلثات قائمة الزاوية وقياسات زواياها

الأهداف :

1. إيجاد مساحة مثلث باستعمال طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المحصورة بينهما.
2. استعمال قانون الجيوب في حل المثلثات.

المفردات

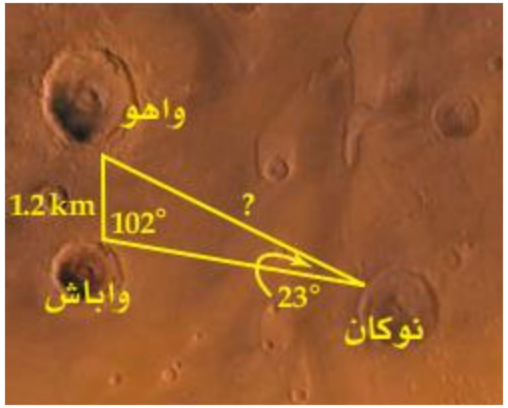
1. قانون الجيوب
2. حل المثلث

Rawan Al-Qudah

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني / القراءة والتلخيص

لماذا ؟؟؟

يوجد على سطح كوكب المريخ عشرات الآلاف من الفوَّهات أو الحفر، وقد أطلق عليها العلماء تسميات عديدة لعلماء مشهورين وأسماء مدن ومؤلِّفي قصص علمية خيالية. والشكل المجاور يبيِّن ثلاثًا من هذه الفوَّهات. يمكنك استعمال حساب المثلَّثات في إيجاد المسافة بين الفوهتين واهو ونوكان.



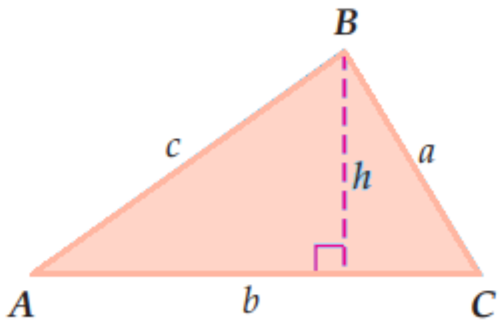
اسئلة التعزيز

1. ما قياس الزاوية المقابلة للضلع الواصل بين الفوهتين واهو و نوكان ؟ وبين واهو و واباش؟
2. ما قياس الزاوية المقابلة للضلع الواصل بين واباش ونوكان؟
3. ما المسافة بين الفوهتين واهو و واباش؟
4. أي فوهة تقع على رأس الزاوية الكبري؟

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

إيجاد مساحة المثلث

في المثلَّث المجاور $\sin A = \frac{h}{c}$ أي أنَّ $h = c \sin A$.



المساحة $= \frac{1}{2} bh$ صيغة مساحة المثلث

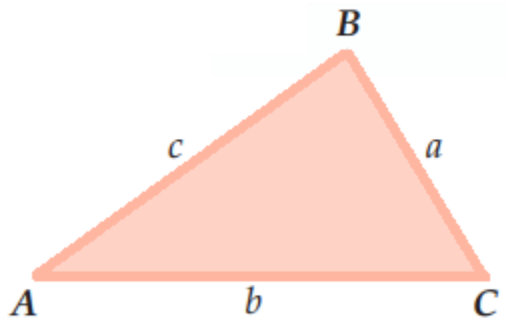
المساحة $= \frac{1}{2} b(c \sin A)$ عوض عن h بـ $c \sin A$

المساحة $= \frac{1}{2} bc \sin A$ بسط

يمكنك استعمال هذه الصيغة أو صيغتين أخريين لإيجاد مساحة مثلَّث، إذا كان معلومًا لديك طولا أيٍّ ضلعين فيه وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: مساحة المثلَّث (k) تساوي نصف حاصل ضرب طولَي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.



الرموز:

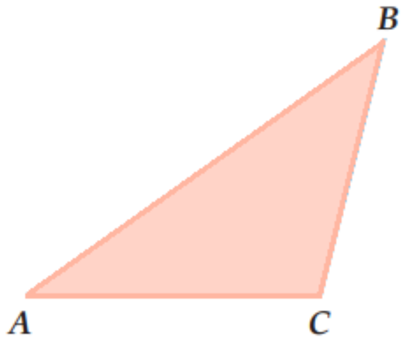
$$k = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$k = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

تحقق من فهمك

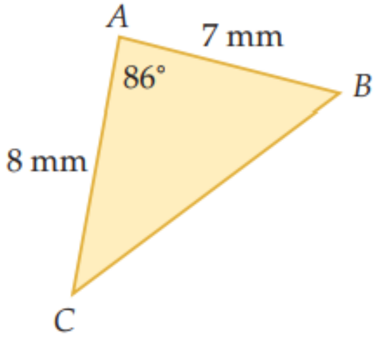
1) أوجد مساحة $\triangle ABC$ الذي فيه: $A = 31^\circ$, $b = 18\,\text{m}$, $c = 22\,\text{m}$
مقربةً إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.



تأكد

أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممَّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.

1)



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

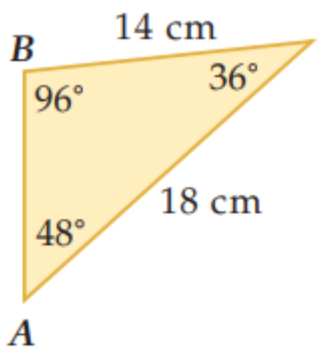
أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.

تأكد

3) $A = 40°, b = 11 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}$

تدرب وحل المسائل

15)



استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

استعمال قانون الجيوب لحل المثلثات

يمكنك استعمال الصيغ المختلفة لإيجاد مساحة المثلَّث في اشتقاق **قانون الجيوب**، الذي يبيِّن العلاقات بين أطوال أضلاع مثلّث وجيوب الزوايا المقابلة لها.

$$\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$$

اكتب صيغ مساحة المثلث الثلاث المتساوية

$$bc\sin A = ac\sin B = ab\sin C$$

اضرب كل عبارة في 2

$$\frac{bc\sin A}{abc} = \frac{ac\sin B}{abc} = \frac{ab\sin C}{abc}$$

اقسم كل عبارة على abc

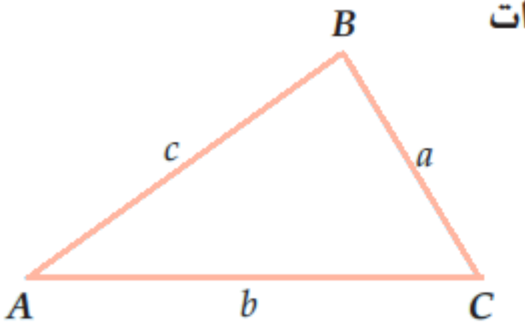
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

بسط

مفهوم أساسي

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

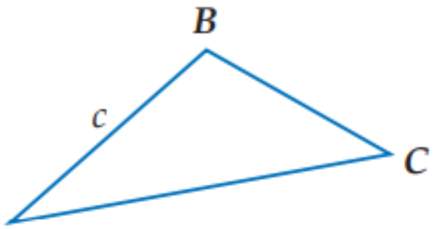


استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

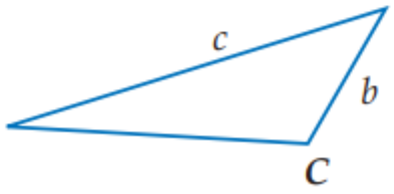
حل المثلث

حَل المثلَّث يعني استعمال القياسات المُعطاة في إيجاد المجهول من أطوال أضلاع المثلَّث وقياس زواياه.

ويمكنك استعمال قانون الجيوب لحلِّ المثلَّث في الحالات الآتية:



- معرَّفة قياسي زاويتين في المثلَّث وطول أي ضلع فيه
(زاوية – زاوية– ضلع (حالة AAS) ، أو زاوية– ضلع– زاوية (حالة ASA))



- معرَّفة طولَي ضلعين فيه وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما
(ضلع– ضلع– زاوية (حالة SSA))

ارشادات للدراسة

أساس المتتابعة الهندسية

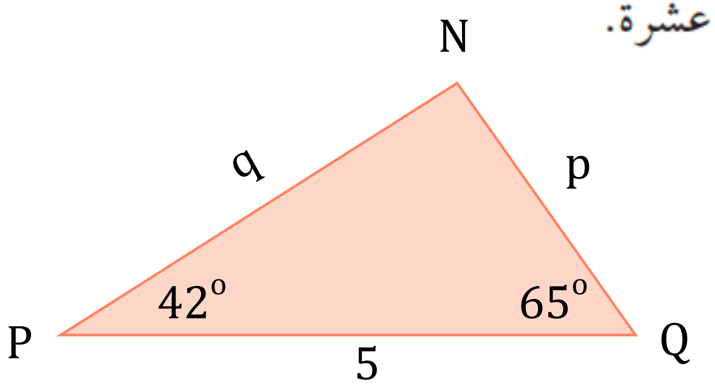
يمكن بسهولة استنتاج قاعدة تساعد على إيجاد أساس المتتابعة الهندسية (r) إذا عُلم حدَّان من حدودها a_m ، a_n

$$r^{n-m} = \frac{a_n}{a_m}$$

استراتيجية المناقشة والحوار / العصف الذهني

تحقق من فهمك

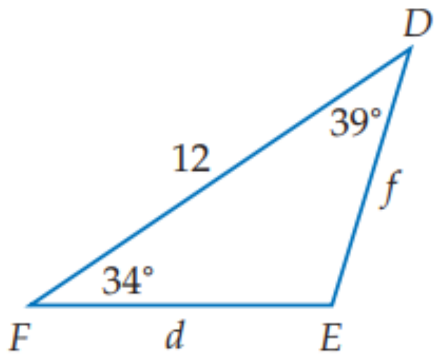
2) حُلّ $\triangle NPQ$ الذي فيه: $P = 42^\circ, Q = 65^\circ, n = 5$، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة.



تأكد

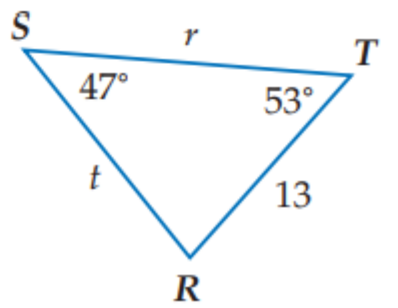
حُلّ كلَّ مثلَّث مما يأتي، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة:

(5



حُلّ كلَّ مثلَّث ممّا يأتي مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

21)

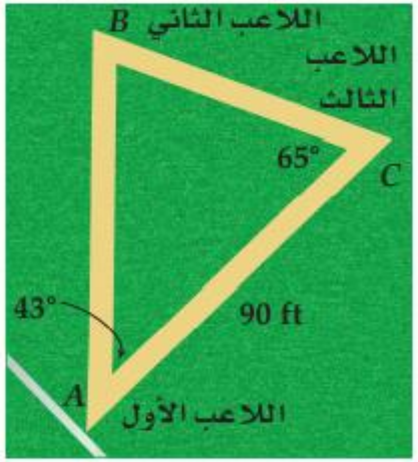


من واقع الحياة

تحقق من فهمك

4) كرة قدم : **يُمثّل الشكل المجاور إحدى التمريرات الحاسمة بين ثلاثة لاعبين من فريق كرة قدم خلال إحدى المباريات.**

أوجد المسافة بين اللاعب الأول واللاعب الثاني.



يتراوح طول ملعب كرة القدم بين 90m-120m ، وعرضه بين 45m-90m . ومن الملاعب الرئيسة في المملكة العربية السعودية إستاد الملك فهد الدولي بالرياض الذي يتسع لِـ 75 ألف متفرج .

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة) وَالاتحاد السعودي لكرة القدم.

المثلثات الممكنة في حالة (SSA)

إذا عُلِمَ لدينا قياسا زاويتين وطول أحد الأضلاع، فإنه يوجد مثلَّث وحيد في هذه الحالة. أما في حالة معلومية طولَي ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما (SSA)، فإن عدد المثلَّثات الممكنة في هذه الحالة هو صفر، أو واحد، أو اثنان. وبذلك فإنه ليس للمثلَّث حلّ، أو له حلٌّ واحد، أو له حلان.

بما أن $\sin A = \frac{h}{b}$، فيمكنك استعمال الصيغة $h = b \sin A$ لإيجاد قيمة h في المثلَّثات الحادّة الزوايا.

ارشادات للدراسة

الحالة المبهمة

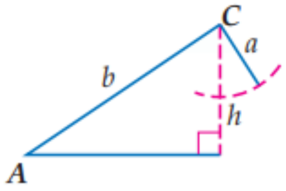
الحالة التي يكون للمثلَّث فيها حلان تُسمَّى الحالة المبهمة.

المثلثات الممكنة في حالة (SSA)

مفهوم أساسي

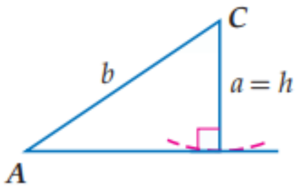
افترض مثلثًا معلومًا فيه: $m\angle A, a, b$

$\angle A$ حادّة



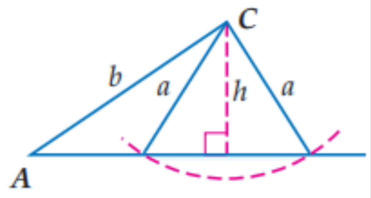
$a < h$

لا يوجد حلّ



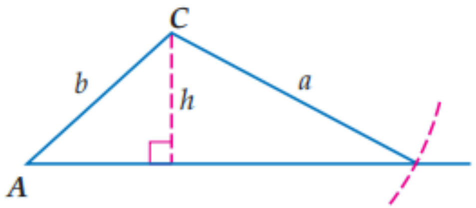
$a = h$

حلّ واحد



$h < a < b$

حلّان



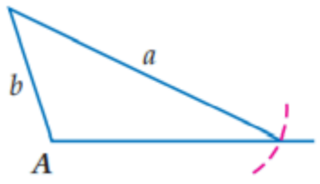
$a \geq b$

حلّ واحد

$\angle A$ قائمة أو منفرجة

$a \leq b$

لا يوجد حلّ



$a > b$

حلّ واحد

ارشادات للدراسة

الزاوية A حادة

في الجهة اليمنى من الأشكال المجاورة.

الارتفاع h يقارن مع a لأن h هو أقصر بعد من C إلى $\overline{AB}$ عندما تكون الزاوية A حادّة.

$\sin A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin A = \frac{h}{b}$

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

تحقق من فهمك

حدِّد إن كان لكل مثلَّث مما يأتي حلّ واحد، أم حلَّان، أم ليس له حلّ. أوجد الحلول، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

3A) $\triangle RST$ الذي فيه: $R = 95°, r = 10, s = 12$

3B) $\triangle MNP$ الذي فيه: $N = 32°, n = 7, p = 4$

3C) $\triangle ABC$ الذي فيه: $A = 47°, a = 15, b = 18$

حدد إن كان للمثلَّث ABC في كلٍّ ممَّا يأتي حلّ واحد، أم حلّان، أم ليس له حلّ. أوجد الحلول، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

تأكـد

8) $A = 95°, a = 19, b = 12$

تدرب وحل المسائل

31) $A = 42°, a = 5, b = 6$

تأكـد

9) $A = 60°, a = 15, b = 24$

تدرب وحل المسائل

32) $A = 44°, a = 14, b = 19$

مسائل مهارات التفكير العليا

38) **اكتشف الخطأ :** $\triangle RST$ فيه: $R = 56°, r = 24, t = 12$. فإذا حاول كلٌّ من رضوان وعلي إيجاد $m\angle T$، فمن منهما إجابته صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

رضوان	علي
$\frac{\sin T}{12} = \frac{\sin 56°}{24}$ $\sin T \approx 0.4145$ $T \approx 24.5°$	بما أن $r > t$ فلا يوجد للمثلّث حلّ.

تدريب على اختبار

42) إذا كان أحد أصفار الدالّة $f(x) = x^3 - 7x^2 - 6x + 72$ هو 4. فأيٌّ مما يأتي يُمثّل تحليلًا للعبارة: $x^3 - 7x^2 - 6x + 72$؟

A $(x - 6)(x + 3)(x + 4)$

B $(x - 6)(x + 3)(x - 4)$

C $(x + 6)(x + 3)(x - 4)$

D $(x + 12)(x - 1)(x - 4)$