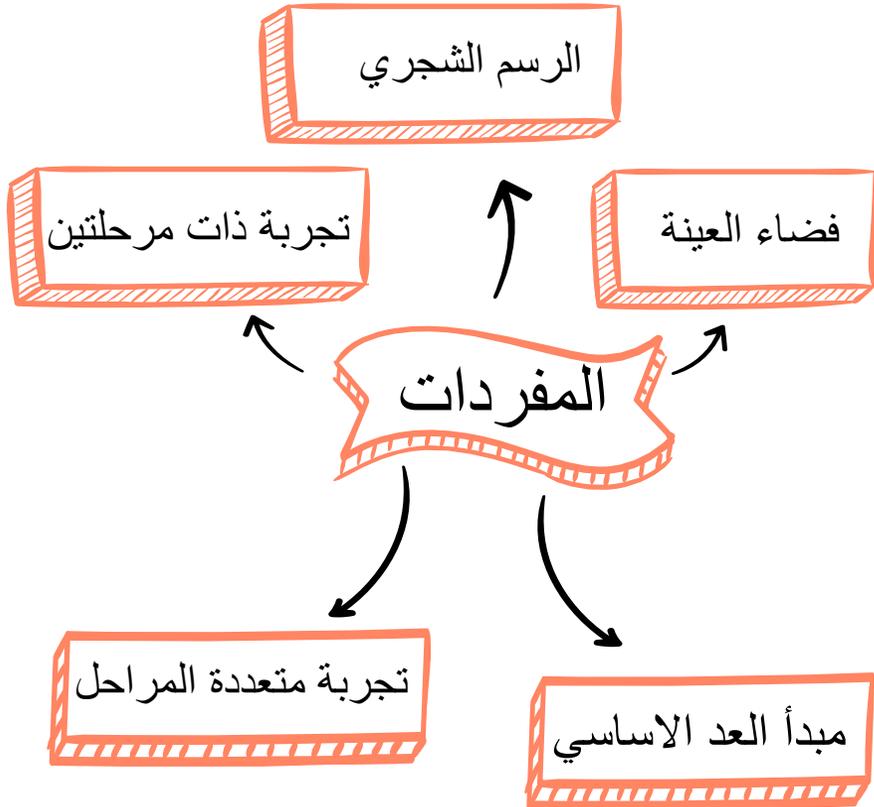


تمثيل فضاء العينة

1



الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال
التجريبي

لماذا؟؟؟



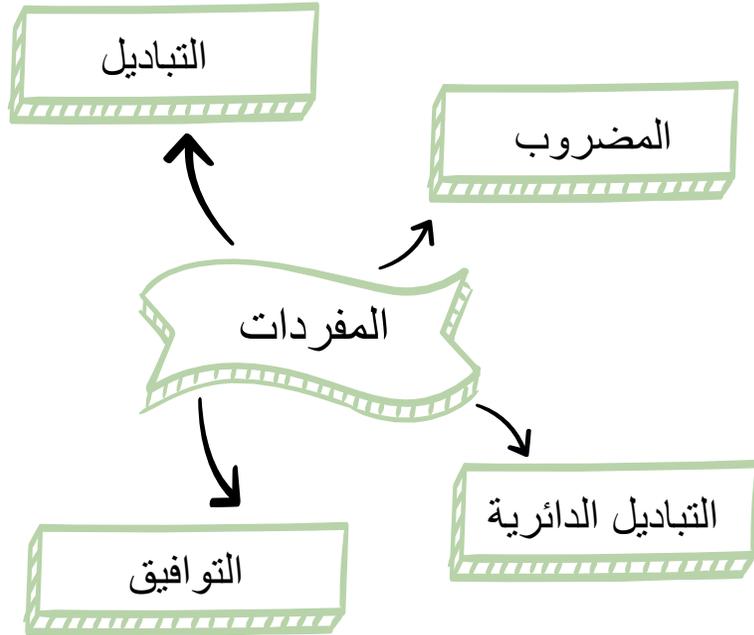
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن
يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد
للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقع الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقع قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مفهوم أساسي

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار
النواتج عشوائياً
تتساوى فرص
وقوعها، ويمكن حساب
احتمالاتها باستعمال
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .



بالرموز: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_n P_r$ حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك



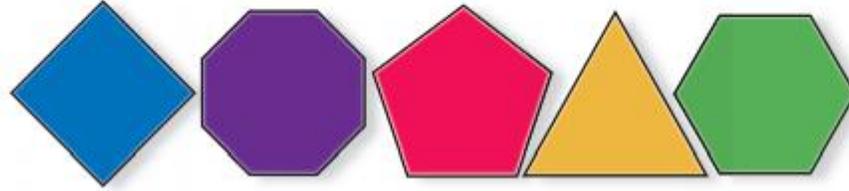
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

التباديل مع التكرار



تحقق من فهمك

(3 أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

الدوال الدائرية

الأهداف :

1. إيجاد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة .
2. استعمال خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية .

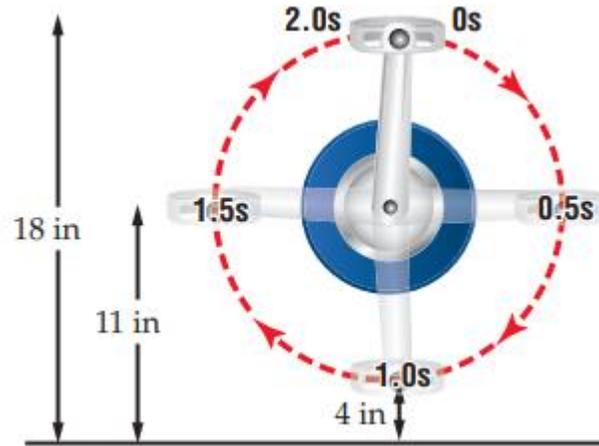
فيما سبق :

درست إيجاد قيم دوال
المثلثية زوايا مرجعية

المفردات

1. دائرة الوحدة
2. الدالة الدائرية
3. الدالة الدورية
4. الدورة
5. طول الدورة

لماذا؟؟؟



عندما يقود شخص دراجة هوائية، فإن ارتفاع البدّال في أثناء دورانه يمثل دالةً بالنسبة إلى الزمن، كما هو مبين في الشكل المجاور.

لاحظ أن البدّال في الشكل المجاور يدور دورة كاملة كلّ ثانيتين.

اسئلة التعزيز

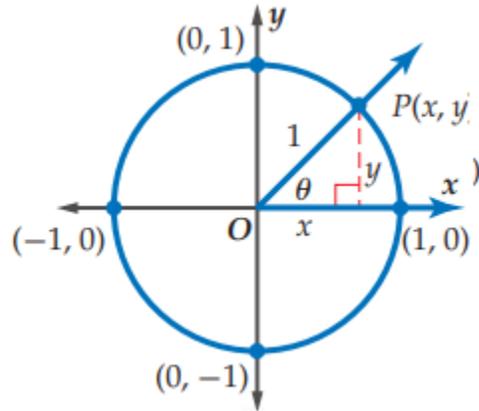
1. استعمل أقصى وأدنى للبدّال لإيجاد طول قطر الدائرة .
2. استعمل ارتفاع مركز الدائرة لإيجاد طول قطر الدائرة .
3. ما موقع البداية للبدّال ؟ فسر ذلك .

دائرة الوحدة هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

يمكنك استعمال النقطة P الواقعة على دائرة الوحدة لتعريف دالتَي: الجيب وجيب التمام.

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$$

وبذلك فإن قيمة $\cos \theta$ هي الإحداثي x ، وقيمة $\sin \theta$ هي الإحداثي y لنقطة تقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ مع دائرة الوحدة.



ارشادات للدراسة

الدوال الدائرية

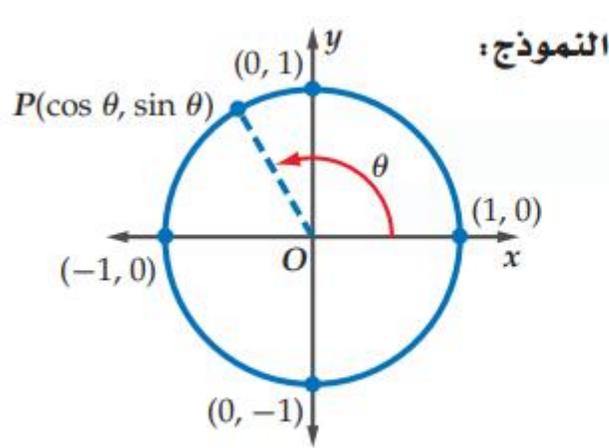
بما أن طول القوس
المقابل للزاوية التي
قياسها θ يساوي $r\theta$ ،
فإنه يمكن التعبير عن
مجال الدالة المثلثية
بطول القوس المقابل
للزاوية بدلاً من قياسها،
وعندئذ تسمى دالة دائرية.

مفهوم أساسي

الدوال الدائرية



دوال في دائرة الوحدة



التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ

المرسومة في الوضع القياسي

دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$,

فإن: $\cos \theta = x, \sin \theta = y$

$P(x, y) = P(\cos \theta, \sin \theta)$

الرموز:

إذا كانت: $\theta = 120^\circ$ فإن:

مثال:

$P(x, y) = P(\cos 120^\circ, \sin 120^\circ)$

كلٌّ من $\cos \theta = x, \sin \theta = y$ دالة بالنسبة إلى θ . وتُسمى كلٌّ منهما **دالة دائرية**؛ لأن تعريف كلٍّ منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

1) إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ ، فأوجد كلا من $\cos \theta, \sin \theta$.

تحقق من فهمك

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة P ، فأوجد كلاً من $\sin \theta$, $\cos \theta$ في كلِّ ممَّا يأتي:

تأكد

$$P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right) \quad (1)$$

تدرب وحل المسائل

$$P\left(-\frac{10}{26}, -\frac{24}{26}\right) \quad (10)$$

ارشادات للدراسة

الدورات

يمكن أن تبدأ الدورة عند أي نقطة في منحنى الدالة الدورية. ففي المثال 2 إذا كانت بداية الدورة عند $\frac{\pi}{2}$ ، فإن النمط سيبدأ بالتكرار عند $\frac{3\pi}{2}$ ، ويكون طول الدورة هو:

$$\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \pi$$

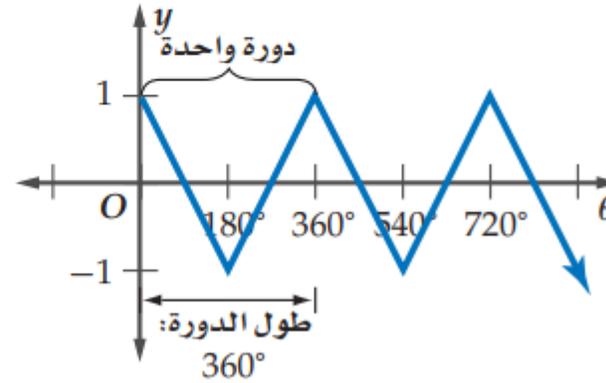
استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

الدوال الدورية

في **الدوال الدورية** يكون شكل الدالة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية. ويُسمى النمط الواحد الكامل منها **دورة**، وتُسمى المسافة الأفقية في الدورة **طول الدورة** كما هو مبين في التمثيل البياني للدالة أدناه.

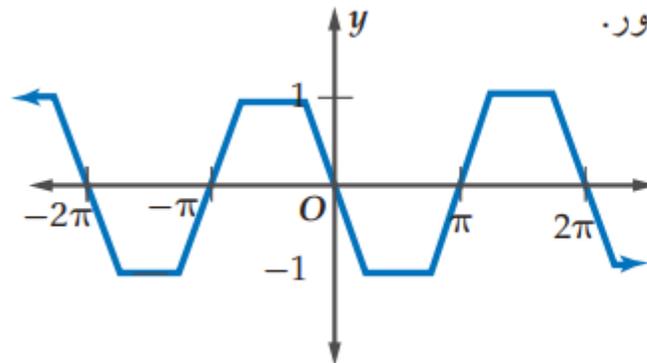
θ	y
0°	1
180°	-1
360°	1
540°	-1
720°	1

تتكرر الدورة كل 360°

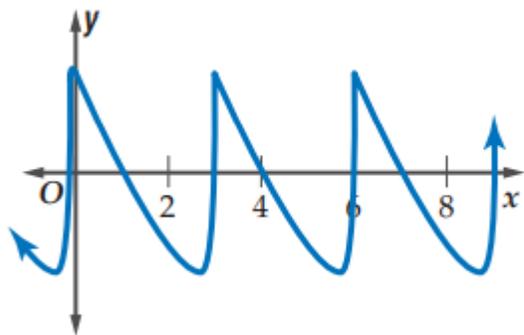


تحقق من فهمك

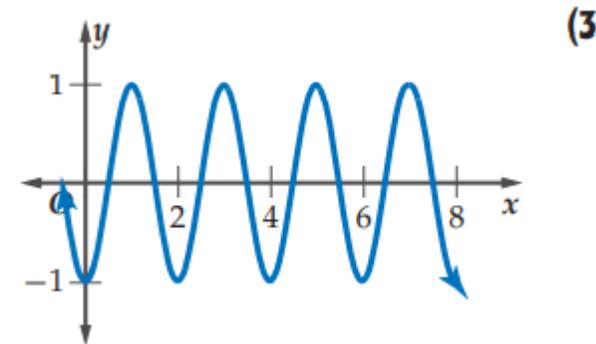
(2) أوجد طول الدورة للدالة الممثلة بيانياً في الشكل المجاور.



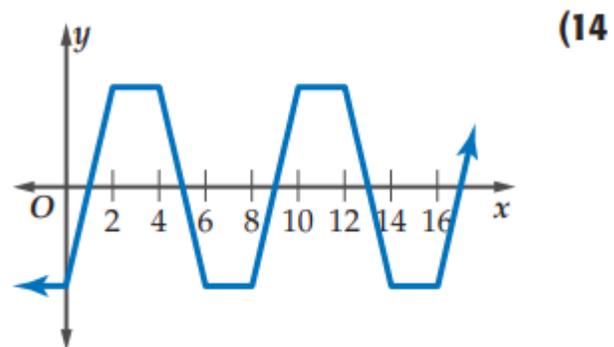
تدرب وحل المسائل



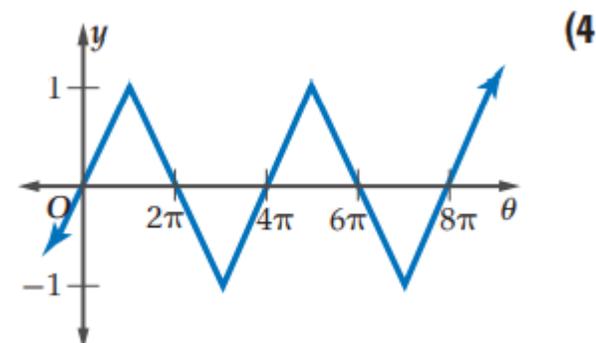
تأكد



تدرب وحل المسائل



تأكد

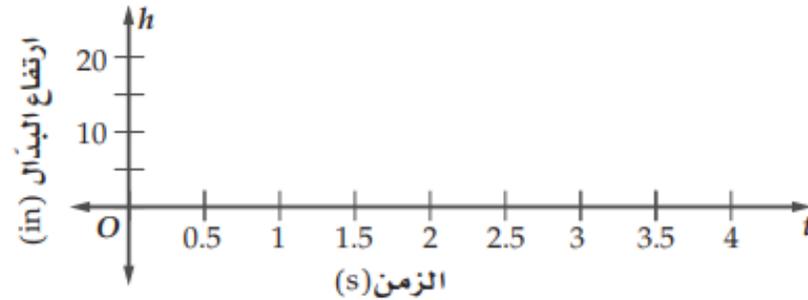


(3) دراجات هوائية: افترض أن البدال للدراجة الهوائية المحددة في فقرة "لماذا؟" الواردة في بداية الدرس يدور بمعدّل دورة واحدة لكل ثانية.

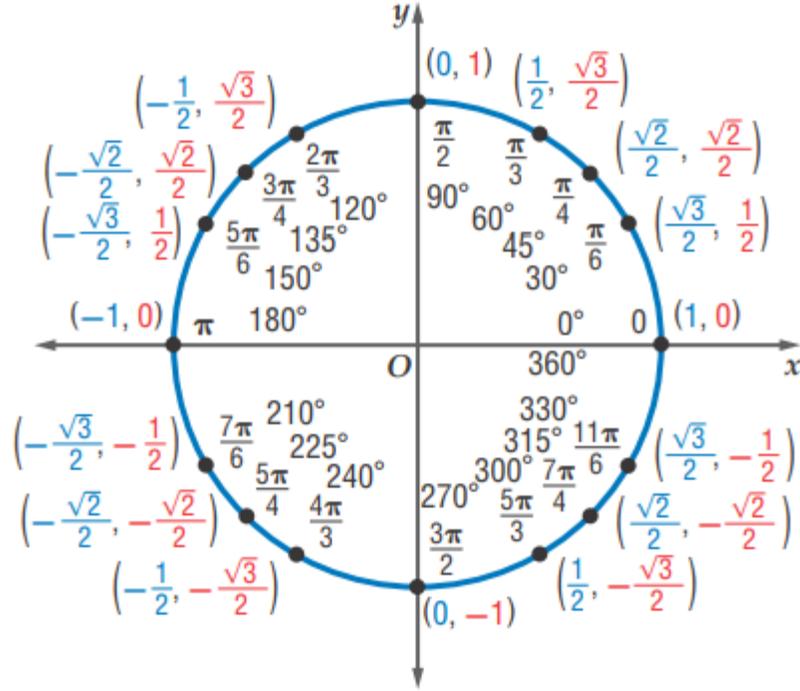
الارتفاع (in)	الزمن (s)
	0
	0.5
	1.0
	1.5
	2.0
	2.5
	3.0

(A) أنشئ جدولاً يوضّح ارتفاع البدال عند الثواني الآتية: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0

(B) أوجد طول دورة الدالة ومثلها بيانياً.



حساب قيم الدوال المثلثية



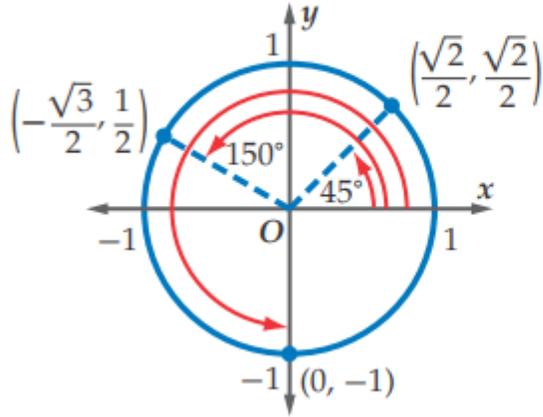
يبين الشكل المجاور القيم الدقيقة لكل من $\cos \theta$, $\sin \theta$ لبعض الزوايا الخاصة على دائرة الوحدة. حيث يمثل الإحداثي x قيمة $\cos \theta$ ، ويمثل الإحداثي y قيمة $\sin \theta$ للنقاط على دائرة الوحدة.

يمكنك استعمال هذه المعلومات في تمثيل الدالتين: $\cos \theta$, $\sin \theta$ بيانياً، حيث يمثل المحور الأفقي قيم θ ، والمحور الرأسي قيم الدالة المطلوبة.

تتكرر دورة كل من دالتي الجيب وجيب التمام كل 360° . وهذا يعني أنهما دالتان دوريتان. طول دورة كل منهما 360° أو 2π .

حساب قيم الدوال المثلثية

إذا كانت النقاط المبيّنة في الشكل تمثل نقاط تقاطع ضلع الانتهاء للزوايا مع دائرة الوحدة، فإن $\theta = 45^\circ$, $\theta = 150^\circ$, $\theta = 270^\circ$.

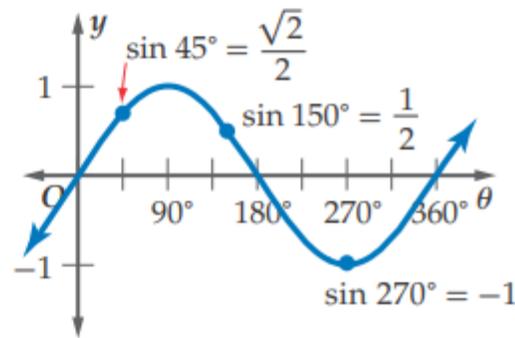
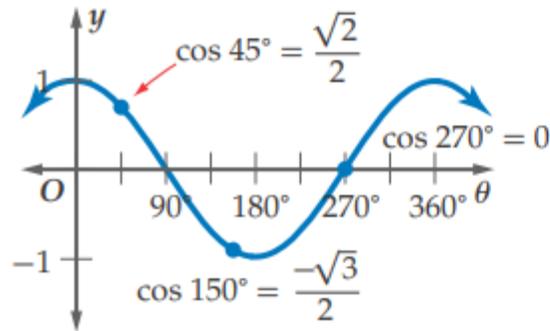


$$(\cos 45^\circ, \sin 45^\circ) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$(\cos 150^\circ, \sin 150^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$(\cos 270^\circ, \sin 270^\circ) = (0, -1)$$

كما يمكنك تعيين هذه النقاط على التمثيل البياني لكل من الدالتين $\sin \theta$, $\cos \theta$ كما يأتي:



بما أن طول الدورة لكل من الدالتين هو 360° ، فإن قيم كل من الدالتين تتكرر كل 360° .
لذلك فإن $\sin(x + 360^\circ) = \sin x$, $\cos(x + 360^\circ) = \cos x$

ارشادات للدراسة

الراديان

عند تمثيل دالتي الجيب وجيب التمام يمكن تدريج المحور θ بالراديان.

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \text{ (4B)}$$

تحقق من فهمك

$$\sin 420^\circ \text{ (4A)}$$

تدرب وحل المسائل

$$\cos 570^\circ \text{ (23)}$$

تأكد

$$\sin\frac{13\pi}{6} \text{ (6)}$$

(33) اكتشف الخطأ : قام كلٌّ من خالد ونواف بحساب قيمة المقدار $\cos \frac{-\pi}{3}$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

نواف

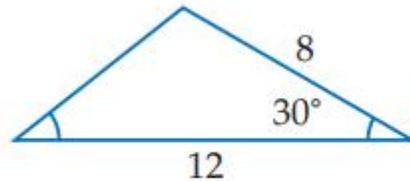
$$\begin{aligned}\cos \frac{-\pi}{3} &= \cos \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi \right) \\ &= \cos \frac{5\pi}{3} = 0.5\end{aligned}$$

خالد

$$\begin{aligned}\cos \frac{-\pi}{3} &= -\cos \frac{\pi}{3} \\ &= -0.5\end{aligned}$$



تدريب على اختبار



(38) هندسة : مساحة المثلث الموضَّح في الشكل المجاور تساوي:

- | | | | |
|------|----------|----|----------|
| 41.6 | C | 48 | A |
| 24 | D | 96 | B |



تدريب على اختبار

(37) إذا كان $d^2 + 8 = 21$ ، فإن $d^2 - 8$ يساوي:

- | | | | |
|-----|----------|----|----------|
| 31 | C | 5 | A |
| 161 | D | 13 | B |