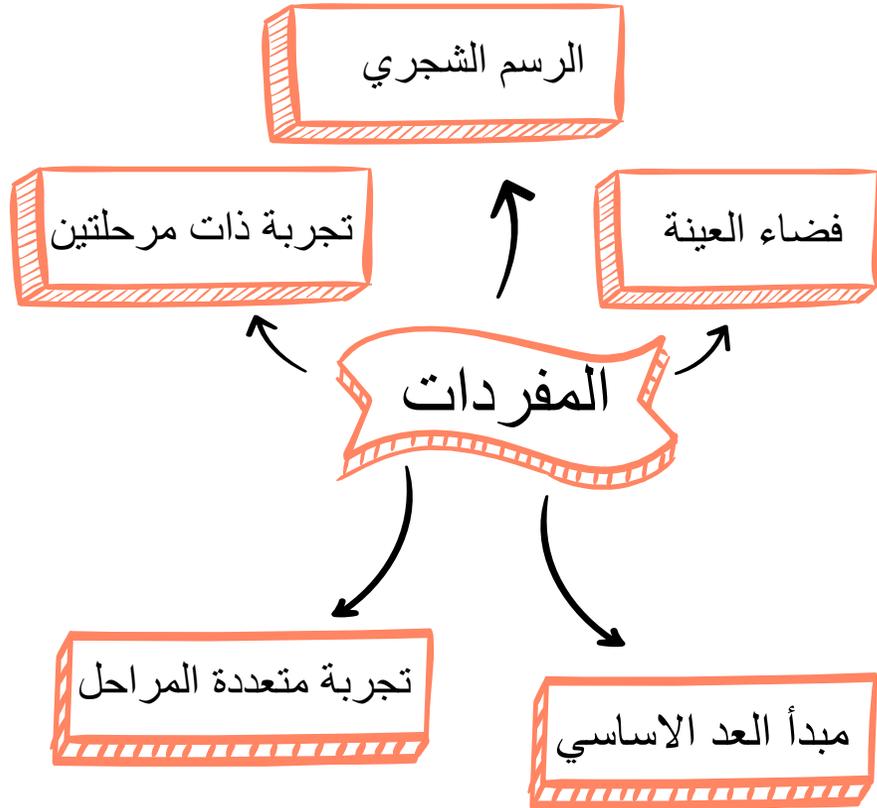


تمثيل فضاء العينة

1



الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال
التجريبي

لماذا؟؟؟



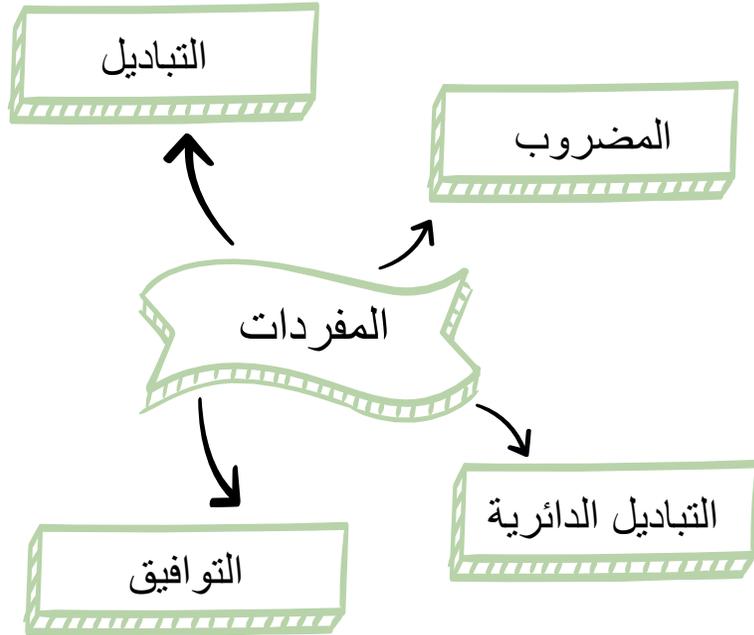
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن
يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد
للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مفهوم أساسي

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار
النواتج عشوائياً
تتساوى فرص
وقوعها، ويمكن حساب
احتمالاتها باستعمال
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .



بالرموز: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_n P_r$ حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك



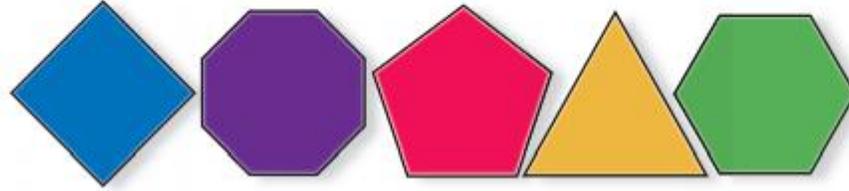
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

التباديل مع التكرار



تحقق من فهمك

(3 أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

تمثيل الدوال المثلثية بيانيا

فيما سبق :

درست الدوال الدورية

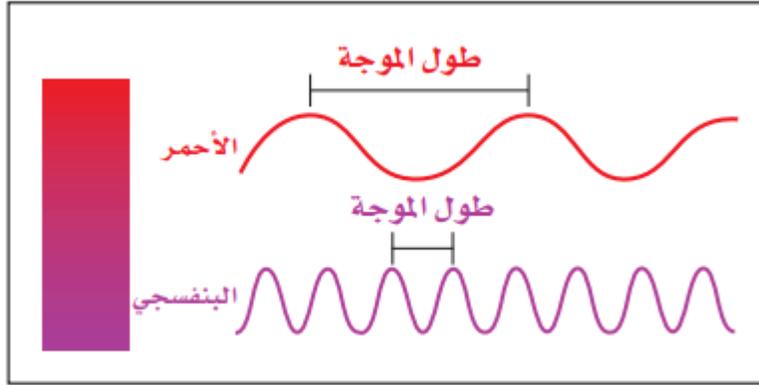
الأهداف :

1. وصف دوال الجيب و جيب التمام والظل وتمثيلها بيانيا.
2. وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيا.

المفردات

1. السعة
2. التردد

لماذا؟؟؟



لموجات الضوء المرئية، أطوال موجات أو ترددات مختلفة. فاللون الأحمر له أكبر طول موجة، واللون البنفسجي له أقصر طول موجة.

ويمكنك تمثيل الحركة الموجية بالمعادلة:
$$y = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$
، حيث تمثل A سعة الموجة، λ طول الموجة.

اسئلة التعزيز

1. كيف تقاس أطوال الموجات في الشكل؟
2. ما الطريقة الأخرى لقياس طول الموجة؟
3. ما عدد الموجات البنفسجية التي يعادل طولها طول موجة حمراء في الشكل؟

دوال الجيب وجيب التمام والظل

يمكنك تمثيل الدوال المثلثية بيانياً في المستوى الإحداثي.

تذكر أن منحنيات الدوال الدورية فيها أنماط متكررة أو دورات. وأن الطول الأفقي لكل دورة يُسمى طول الدورة. **سعة** منحني دالة الجيب أو دالة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.

ارشادات للدراسة

السعة

في التمثيل البياني
لكل من الدالتين
 $y = a \sin b\theta$,
 $y = a \cos b\theta$ تكون
السعة هي $|a|$ ، والقيمة
العظمى هي $y = |a|$
والقيمة الصغرى هي
 $y = -|a|$.

ارشادات للدراسة

طول الدورة

في الدالتين:
 $y = a \sin b\theta$,
 $y = a \cos b\theta$
 b تمثل عدد الدورات
في 360° . ففي المثال 1
يدل العدد 3 في الدالة:
 $y = 4 \cos 3\theta$ على
وجود 3 دورات في 360° .
مما يعني وجود دورة
واحدة في 120° .

مفهوم أساسي

$y = \cos \theta$	$y = \sin \theta$	الدالة المولدة (الأم)
		التمثيل البياني
مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية	المجال
$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	المدى
1	1	السعة
360°	360°	طول الدورة

إيجاد السعة و طول الدورة
يمكنك تطبيق ما تعلمته في أثناء دراستك لتحويلات التمثيل البياني للدوال الأخرى على التمثيل البياني للدوال
المثلثية في صورتها العامة: $y = a \sin b\theta$, $y = a \cos b\theta$ ، التي سعتها $|a|$ ، وطول دورتها $\frac{360^\circ}{|b|}$.

تحقق من فهمك
أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي:

$$y = 3 \sin 5\theta \quad (1B)$$

$$y = \cos \frac{1}{2}\theta \quad (1A)$$

ارشادات للدراسة

نقاط التقاطع مع

يمكن إيجاد نقاط

تقاطع منحنى الدالة مع

المحور θ بوضع $y = \theta$

وحل المعادلة أو إيجاد

قيم θ التي تحققها.



استراتيجية المناقشة والحوار / العصف الذهني

خطوات رسم دالة جيب التمام

خطوات تمثيل $y = a \cos b \theta$:

- (1) إيجاد السعة .
- (2) إيجاد طول الدورة .
- (3) إيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع محور θ

$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0 \right)$	$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0 \right)$
---	---

تحقق من فهمك **مثلاً بيانياً: (2A) $y = 3 \cos \theta$**

		السعة
		طول الدورة
		نقاط التقاطع مع المحورين





أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي، ثم مثلها بيانيًا:

$$y = \frac{3}{4} \cos \theta \quad (13)$$

		السعة
		طول الدورة
		نقاط التقاطع مع المحورين



من واقع الحياة

تفيد الدوالّ المثلثية في تمثيل المواقف الحياتية المرتبطة بالحركة الدورية، مثل الموجات الكهرومغناطيسية أو موجات الصوت. ويتمُّ وصف هذه الأمواج عادة باستعمال **التردد**، وهو عدد الدورات في وحدة الزمن.

ولإيجاد تردد التمثيل البياني لدالة نجد مقلوب طول الدورة، فمثلاً إذا كان طول الدورة للدالة $\frac{1}{100}$ ثانية، فإن ترددها يساوي 100 دورة في الثانية.

تحقق من فهمك

ارشادات للدراسة

السعة وطول الدورة

لاحظ أن السعة تؤثر في منحنى الدالة في اتجاه المحور y ، أما طول الدورة فيؤثر في اتجاه المحور x .

(3) **أصوات** : يمكن للإنسان سماع أصوات ترددها يصل إلى 20 هيرتز.

(A) أوجد طول دورة الدالة.

(B) افترض أن السعة تساوي وحدة واحدة. اكتب دالة جيب التمام التي تعبّر عن موجات الصوت، ثم مثلها بيانياً.



خطوات رسم دالة الجيب

خطوات تمثيل $y = a \sin b \theta$:

- 1) إيجاد السعة .
- 2) إيجاد طول الدورة .
- 3) إيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع محور θ

$(0,0)$	$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$
---------	---	---------------------------------------

مثل بيانيًا: (2B) $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta$

تحقق من فهمك



			السعة
			طول الدورة
			نقاط التقاطع مع المحورين

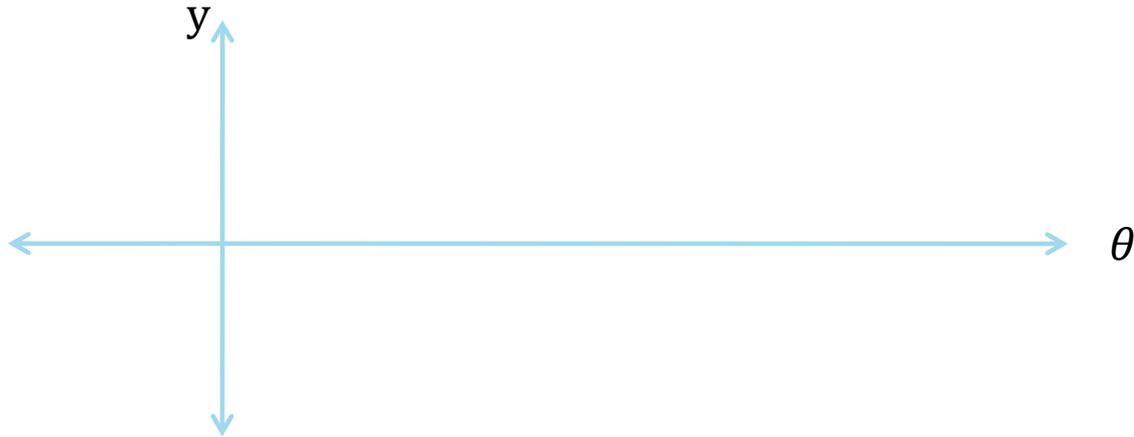


أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

$$y = 4 \sin \theta \quad (1)$$



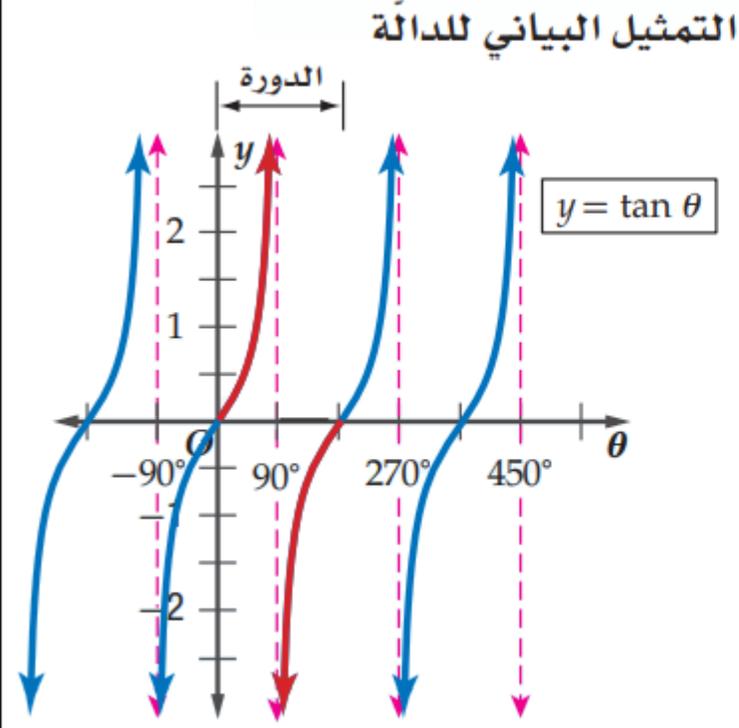
			السعة
			طول الدورة
			نقاط التقاطع مع المحورين



تُعدّ دالة الظلّ من الدوالّ المثلثية التي لها خطوط تقارب.

مفهوم أساسي

دالة الظل

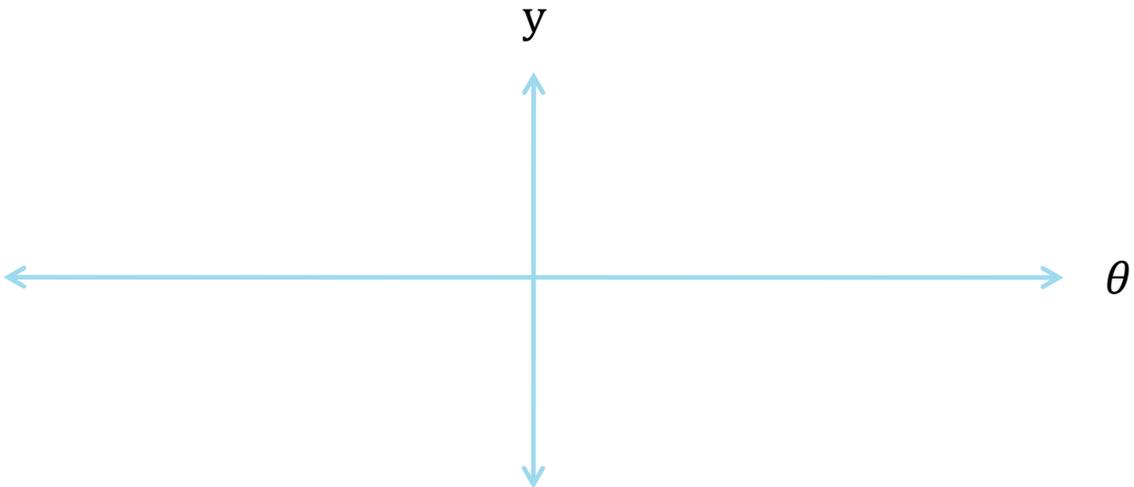
التمثيل البياني للدالة	$y = \tan \theta$	الدالة المولدة (الأم)
	$\{\theta \theta \neq 90^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}\}$	المجال
	مجموعة الأعداد الحقيقية	المدى
	غير معرفة	السعة
	180°	طول الدورة

خطوات تمثيل $y = a \tan b \theta$:

- (1) إيجاد طول الدورة $\frac{180^\circ}{|b|}$.
- (2) إيجاد خطوط التقارب الرأسية عند المضاعفات الفردية للعدد $\left(\frac{180^\circ}{|b|} \cdot \frac{1}{2}\right)$.
- (3) نمثل خطوط التقارب .
- (4) نحدد منتصف كل دورة لتعيين التقاطع مع محور θ .
- (5) نمثل المنحنى لدالة الظل في كل دورة بناءً على الشكل العام للدالة الأم .

4) أوجد طول دورة الدالة $y = \frac{1}{2} \tan \theta$. ثم مثل هذه الدالة بيانياً.

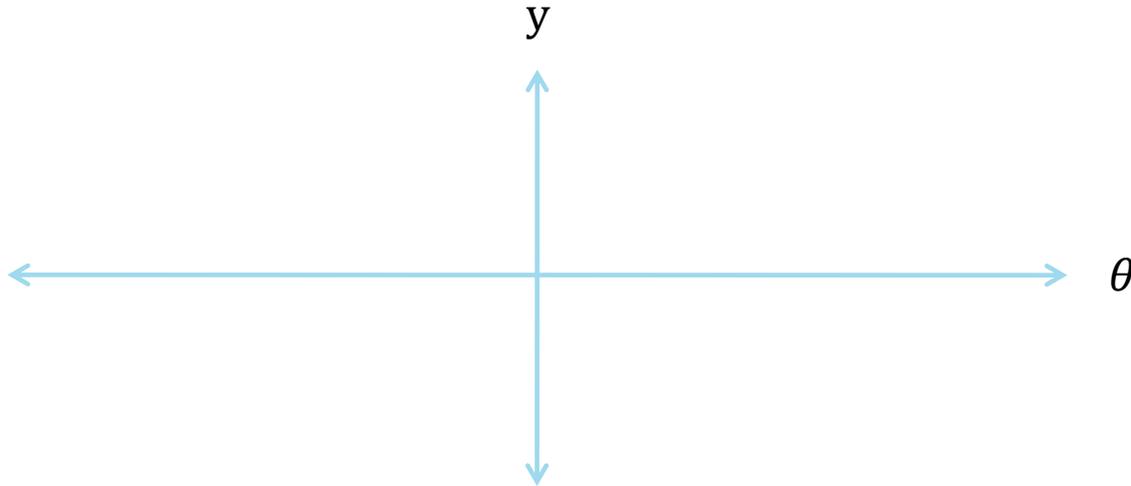
تحقق من فهمك





أوجد طول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانيًا:

$$y = 3 \tan \theta \quad (6)$$



تمثيل الدوال المثلثية الأخرى بيانياً ▶ تربط منحنيات دوال قاطع التمام، والقاطع، وظل التمام بمنحنيات دوال الجيب، وجيب التمام، والظل.

مفهوم أساسي

دوال القاطع و قاطع التمام و ظل التمام

$y = \cot \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \csc \theta$	الدالة المولدة (الأم)
			التمثيل البياني
$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in \mathbb{Z}\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n, n \in \mathbb{Z}\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in \mathbb{Z}\}$	المجال
مجموعة الأعداد الحقيقية	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	المدى
غير معرفة	غير معرفة	غير معرفة	السعة
180°	360°	360°	طول الدورة

ارشادات للدراسة

الرمز √

يُقرأ: الرمز "أو"
ويعني هنا اتحاد
فترتين.

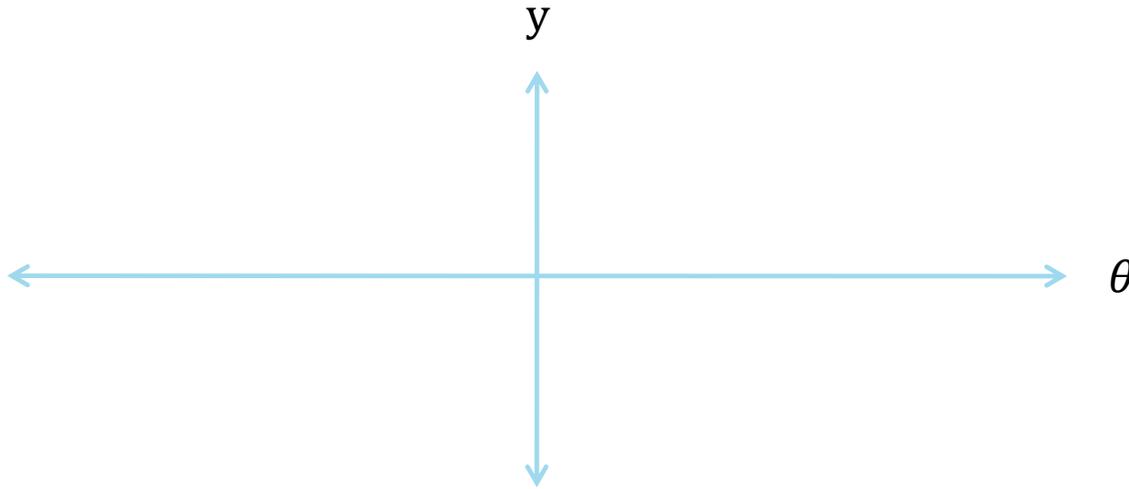
ارشادات للدراسة

دوال المقلوب

يمكنك استعمال منحنيات
الدوال:
 $y = \sin \theta$, $y = \cos \theta$,
 $y = \tan \theta$ لتمثيل
منحنيات دوال المقلوب
 $\csc \theta, \sec \theta, \cot \theta$.

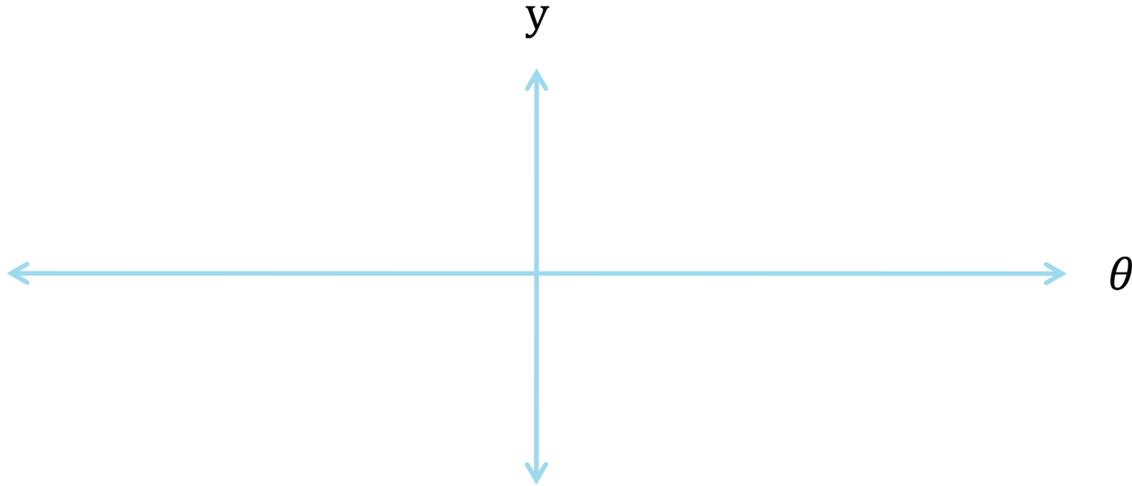


أوجد طول دورة الدالة $y = 2 \sec \theta$. ثم مثل هذه الدالة بيانياً.





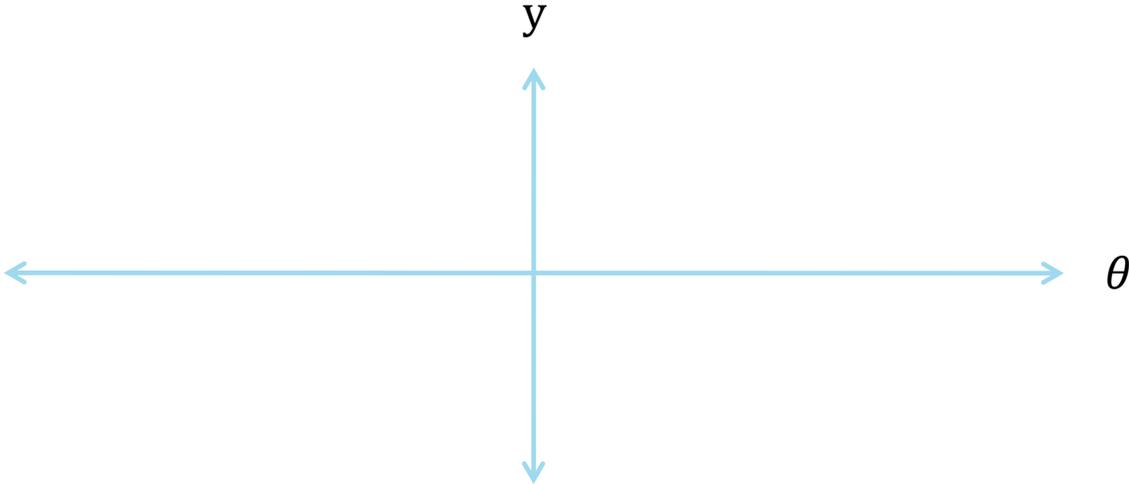
5) أوجد طول دورة الدالة $y = \csc 2\theta$. ثم مثل الدالة بيانياً.





أوجد طول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانيًا:

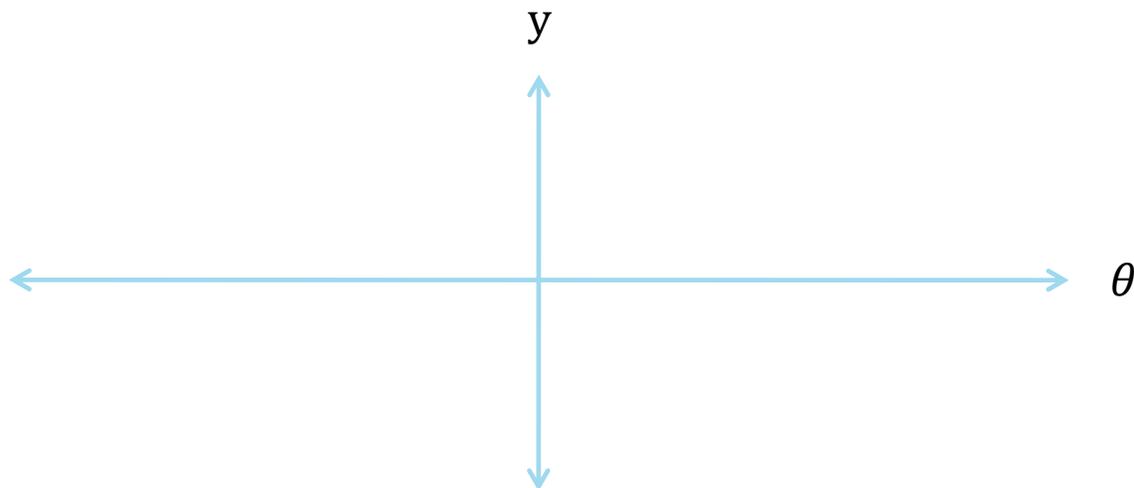
$$y = \cot 2\theta \quad (8)$$





أوجد طول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

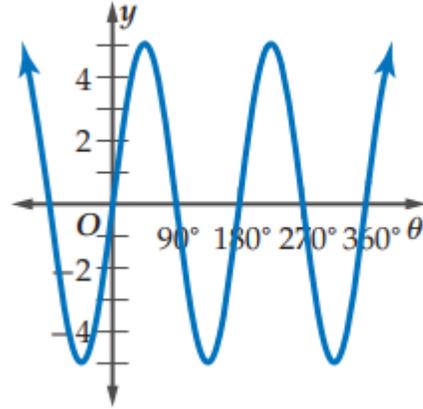
$$y = 3 \sec \theta \quad (21)$$



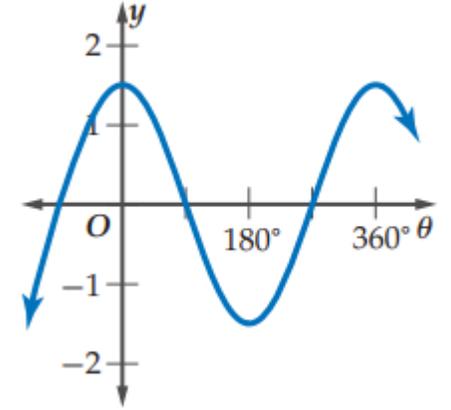
حدّد طول دورة كلّ من الدوالّ الممثّلة بيانياً فيما يأتي، ثم اكتب قاعدتها:

تدرب وحل المسائل

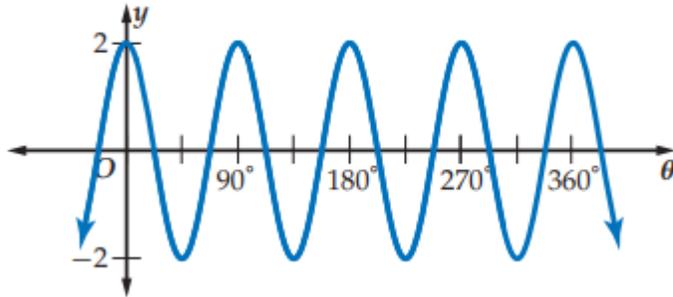
(33)



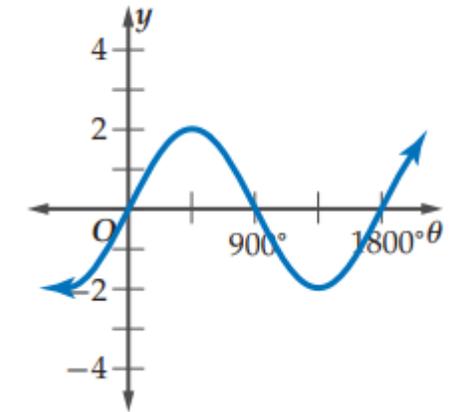
(32)



(35)



(34)



(37) **تبرير :** عيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين منحنى الدالة $y = \frac{1}{2} \sin \theta$ ، ومنحنى الدالة $y = \sin \frac{1}{2} \theta$.



تدريب على اختبار

(40) أيّ من الزوايا الآتية تحقّق $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ؟

1830° C

990° A

1215° D

1080° B

