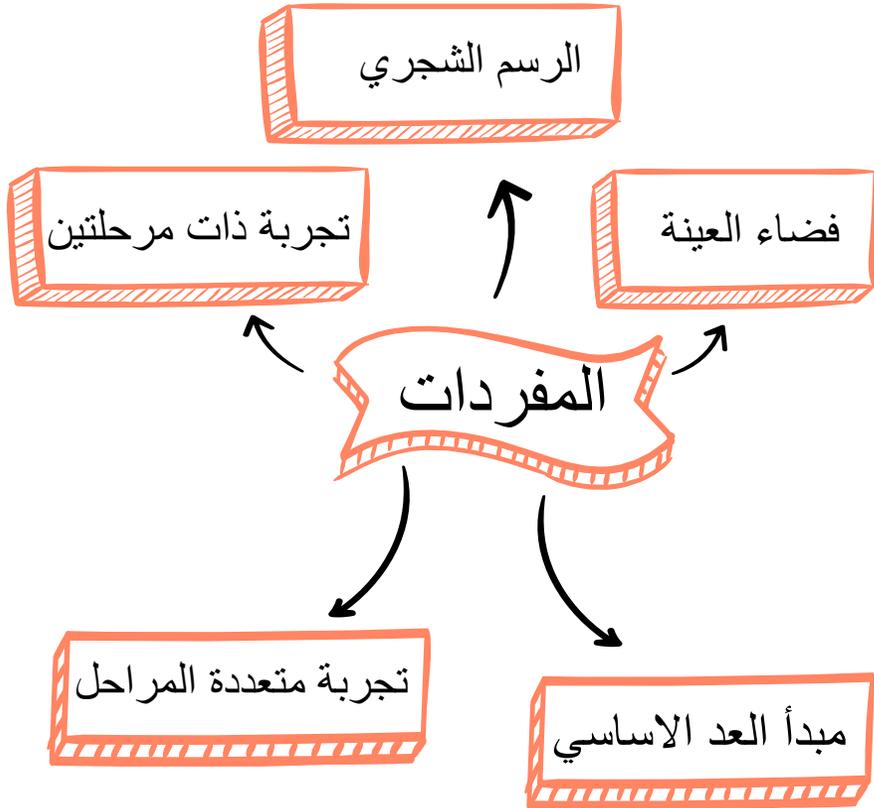


تمثيل فضاء العينة

1



الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول
والرسم الشجري لتمثيل
فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي
لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال
التجريبي

لماذا؟؟؟



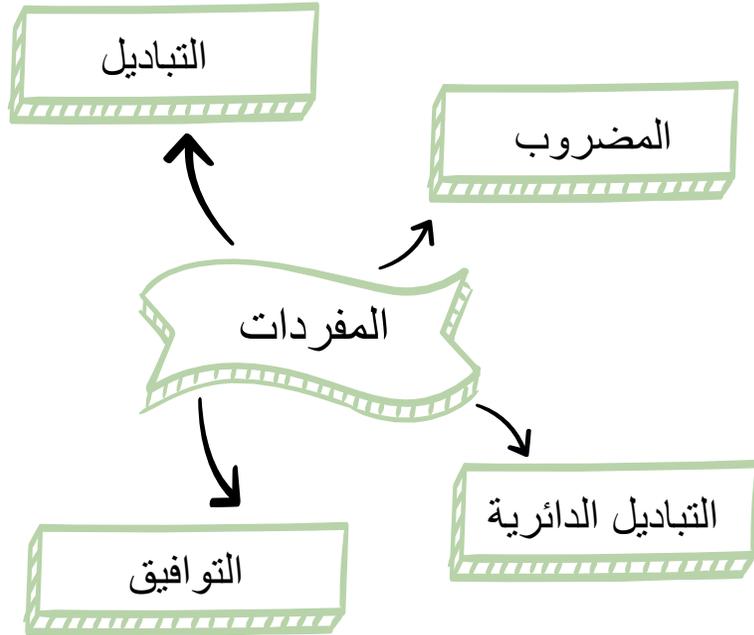
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن
يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد
للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مفهوم أساسي

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار
النواتج عشوائياً
تتساوى فرص
وقوعها، ويمكن حساب
احتمالاتها باستعمال
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .



بالرموز: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_n P_r$ حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك



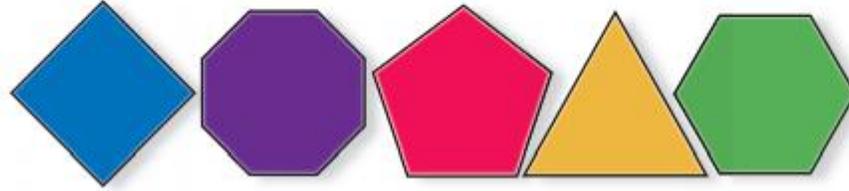
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

التباديل مع التكرار



تحقق من فهمك

(3 أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

الدوال المثلثية العكسية

فيما سبق :

درست تمثيل الدوال
المثلثية ببياننا

الأهداف :

1. إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية .
2. حل المعادلات باستعمال الدوال المثلثية العكسية .

المفردات

1. القيم الاساسية
2. دالة الجيب العكسية
3. دالة جيب التمام العكسية
4. دالة الظل العكسية
5. المعادلة المثلثية

لماذا؟؟؟



لقد تعلمت كيف تستعمل الدوال المثلثية العكسية لإيجاد قياسات الزوايا الحادة. مثال: يتكى رف الكتب في الشكل المجاور على حائط عمودي، بحيث تبعد قاعدته عن الجدار بمقدار 15 in، ويصل ارتفاعه إلى 75 in. ولإيجاد قياس الزاوية θ ، استعمل دالة الظل.

اسئلة التعزيز

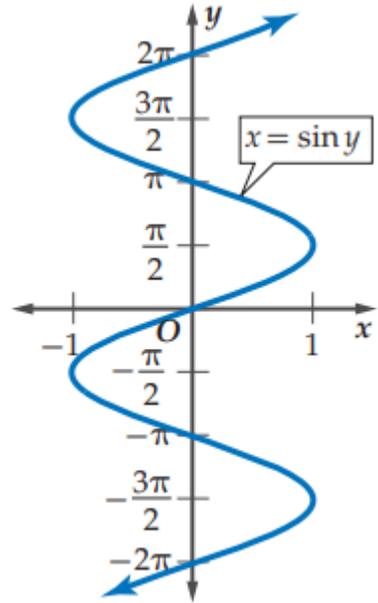
1. كيف يمكن إيجاد طول رف الكتب المائل؟ ثم أوجده
2. ما النسبة التي تمثل $\sin \theta$ ؟
3. ما النسبة التي تمثل $\cos \theta$ ؟
4. استعمل القيم التي حصلت عليها لكل من $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ لإيجاد قيمة θ . هل حصلت على القيمة نفسها؟

معكوس الدالة المثلثية

إذا علمت قيمة الدالة المثلثية لزاوية ما، فإنك تستطيع استعمال معكوس الدالة لإيجاد قياس الزاوية.

تذكر أن معكوس الدالة هو العلاقة التي تعكس فيها قيم المتغيرين: x, y .

فمعكوس: $y = \sin x$ ، هو $x = \sin y$ ، الممثل بيانياً في الشكل المجاور.



لاحظ أن معكوس الدالة ليس دالة لوجود عدد من قيم y لكل قيمة من قيم x .

لكن إذا تمَّ تحديد مجال الدالة بحيث يكون $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ،

فإن المعكوس يكون دالة عكسية.

تُسمى القيم في هذا المجال المحدد **القيم الأساسية**. فالدوال المثلثية

ذات المجال المحدد تُمثل بأحرف كبيرة، هكذا:

$$y = \sin x \text{ إذا وفقط إذا كان } y = \sin x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$y = \cos x \text{ إذا وفقط إذا كان } y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$$

$$y = \tan x \text{ إذا وفقط إذا كان } y = \tan x, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

ارشادات للدراسة

رموز الدوال العكسية

يُرمز للدوال العكسية

أحياناً ببعض الرموز

الأخرى مثل:

دالة الجيب العكسية

$$y = \text{Arcsin } x$$

دالة جيب التمام العكسية

$$y = \text{Arccos } x$$

دالة الظل العكسية

$$y = \text{Arctan } x$$

يمكنك استعمال الدوال ذات المجالات المحددة لتعريف دوال عكسية: لكل من دالة الجيب، ودالة جيب التمام ودالة الظل وهي **دالة الجيب العكسية**، و**دالة جيب التمام العكسية**، و**دالة الظل العكسية** كما يأتي:

مفهوم أساسي

نموذج	المدى	المجال	الرموز	الدالة العكسية
	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ $-90^\circ \leq y \leq 90^\circ$	$-1 \leq x \leq 1$	$y = \text{Sin}^{-1} x$	دالة الجيب العكسية
	$0 \leq y \leq \pi$ $0^\circ \leq y \leq 180^\circ$	$-1 \leq x \leq 1$	$y = \text{Cos}^{-1} x$	دالة جيب التمام العكسية
	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90^\circ < y < 90^\circ$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$y = \text{Tan}^{-1} x$	دالة الظل العكسية

ايجاد قيم الدوال المثلثية العكسية

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل مما يأتي بالدرجات وبالراديان:

$$\text{Sin}^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (1B)$$

$$\text{Cos}^{-1} 0 \quad (1A)$$



مراجعة المفردات

الدوال العكسية

f, f^{-1} كلٌّ منهما دالة
عكسية للأخرى تعني:
إذا $f(a) = b$ فقط إذا
كان $f^{-1}(b) = a$.

ارشادات للدراسة

قياس الزاوية

تذكر أنه عند حسابك
قيمة معكوس الدالة
المثلثية، فإن الناتج هو
قياس زاوية.

في العلاقة $y = \cos^{-1} x$ ، إذا كانت $x = \frac{1}{2}$ فإن $y = 60^\circ, 300^\circ$ ، كما أن كل زاوية تشترك مع هاتين الزاويتين بضع الانتهاء تُعدّ قيمة لـ y أيضًا. أما في الدالة $y = \text{Cos}^{-1} x$ ، فإذا كانت $x = \frac{1}{2}$ فإن $y = 60^\circ$ فقط.



أوجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي بالدرجات وبالراديان:

تأكد

$$\text{Sin}^{-1} \frac{1}{2} \quad (1)$$

تدرب وحل المسائل

$$\text{Cos}^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (13)$$

تأكد

$$\text{Tan}^{-1} (-\sqrt{3}) \quad (2)$$

تدرب وحل المسائل

$$\text{Tan}^{-1} \sqrt{3} \quad (15)$$

ايجاد قيمة مثلثية

عند حساب قيمة معينة بوجود عدد من الدوال المثلثية، استعمل ترتيب العمليات الحسابية للحل.

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل مما يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:

$$\cos \left(\cos^{-1} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (2B)$$

$$\sin \left(\tan^{-1} \frac{3}{8} \right) \quad (2A)$$





أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي مقربًا إلى الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

تأكد

$$\cos \left(\sin^{-1} \frac{4}{5} \right) \quad (4)$$

تدرب وحل المسائل

$$\tan (\cos^{-1} 1) \quad (18)$$

تأكد

$$\sin \left(\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (6)$$

تدرب وحل المسائل

$$\sin (\tan^{-1} \sqrt{3}) \quad (21)$$

حل المعادلات المثلثية باستعمال الدوال العكسية

المعادلة المثلثية هي معادلة تحتوي على دوال مثلثية بزوايا مجهولة القياس.

وحل المعادلة المثلثية يعني: إيجاد قياس الزوايا المجهولة، والتي دوالها المثلثية تجعل المعادلة المثلثية صحيحة، وذلك بإعادة كتابتها باستعمال الدوال المثلثية العكسية.

تحقق من فهمك

ارشادات للاختبار

حذف البدائل

إشارة $\sin \theta$ تُحدّد
قياس الزاوية في الربع
الأول أو الربع الرابع،
وبما أن $0.35 -$ قيمة
سالبة، فابحث عن زاوية
في الربع الرابع.

(3) إذا كان $\tan \theta = 1.8$ ، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريباً يساوي:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> C |
| <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> D |
- لا يوجد حلّ

(7) اختيار من متعدد : إذا كان $\sin \theta = 0.422$ ، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريبًا يساوي:

65° D

48° C

42° B

25° A

تدرب وحل المسائل

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة .

$$\text{Tan } \theta = 3.8 \quad (24)$$

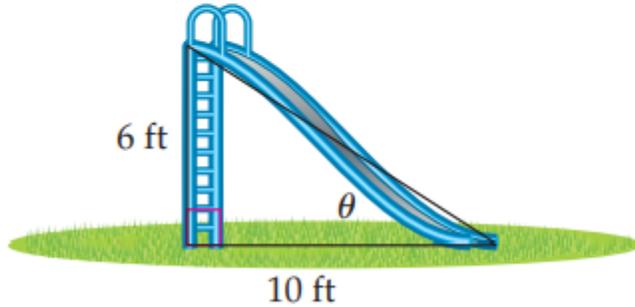
$$\text{Cos } \theta = 0.56 \quad (28)$$

يمكنك استعمال الدوال المثلثية العكسية؛ لإيجاد قياسات زوايا مجهولة في مثلث قائم الزاوية بمعرفة طولي ضلعين فيه.

تحقق من فهمك

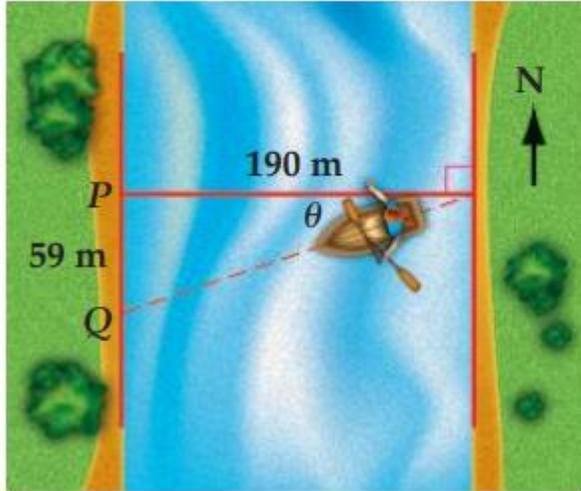
من واقع الحياة

(4) تزلج : يظهر الشكل المجاور منحدرًا للتزلج. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس الزاوية (θ) التي يصنعها المنحدر مع سطح الأرض. ثم أوجد قياس هذه الزاوية بالدرجات مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.



من واقع الحياة

(11) قوارب : يسير قارب في اتجاه الغرب؛ ليقطع نهرًا عرضه 190 m، فيصل إلى النقطة Q التي تبعد مسافة 59 m عن وجهته الأصلية P؛ بسبب التيار. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس الزاوية (θ) التي أزاح التيار القارب بها عن اتجاهه الأصلي، ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب جزء من عشرة.



(38) **اكتشف الخطأ :** قام كلُّ من خليل وعبدالرحمن بحلِّ المعادلة $\cos \theta = 0.3$ حيث $90 < \theta < 180$. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

عبدالرحمن

$$\cos \theta = 0.3$$

$$\cos^{-1} 0.3 = 162.5^\circ$$

خليل

$$\cos \theta = 0.3$$

$$\cos^{-1} 0.3 = 72.5^\circ$$

تدريب على اختبار

(42) إذا كان $f(x) = 2x^2 - 3x$, $g(x) = 4 - 2x$ ، فأوجد $g[f(x)]$.

A $g[f(x)] = 4 + 6x - 8x^2$

B $g[f(x)] = 4 + 6x - 4x^2$

C $g[f(x)] = 20 - 26x + 8x^2$

D $g[f(x)] = 44 - 38x + 8x^2$

