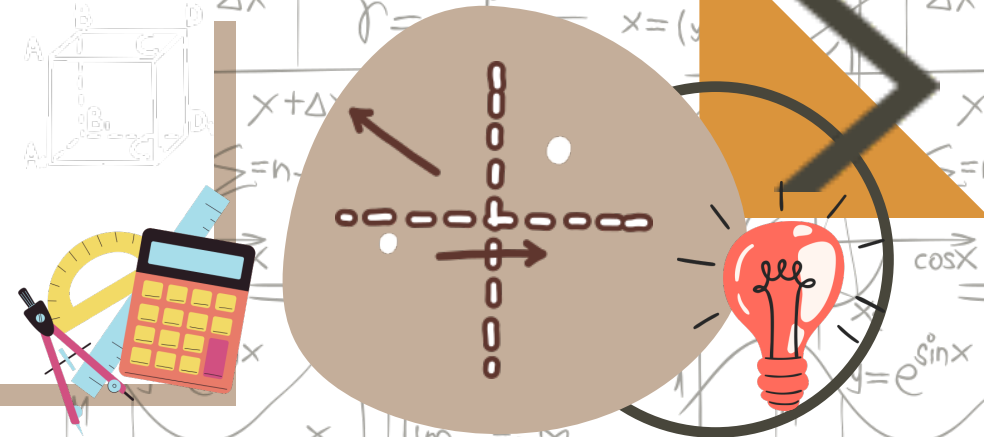
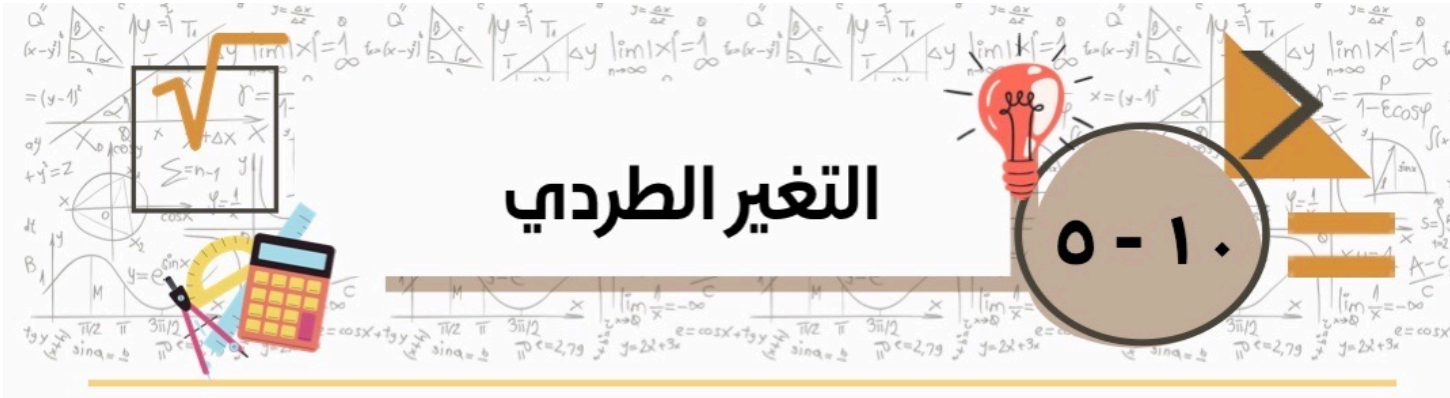


الفصل (١٠) : الدوال الخطية الدرس ١٠ - ٥



التغير الطردي



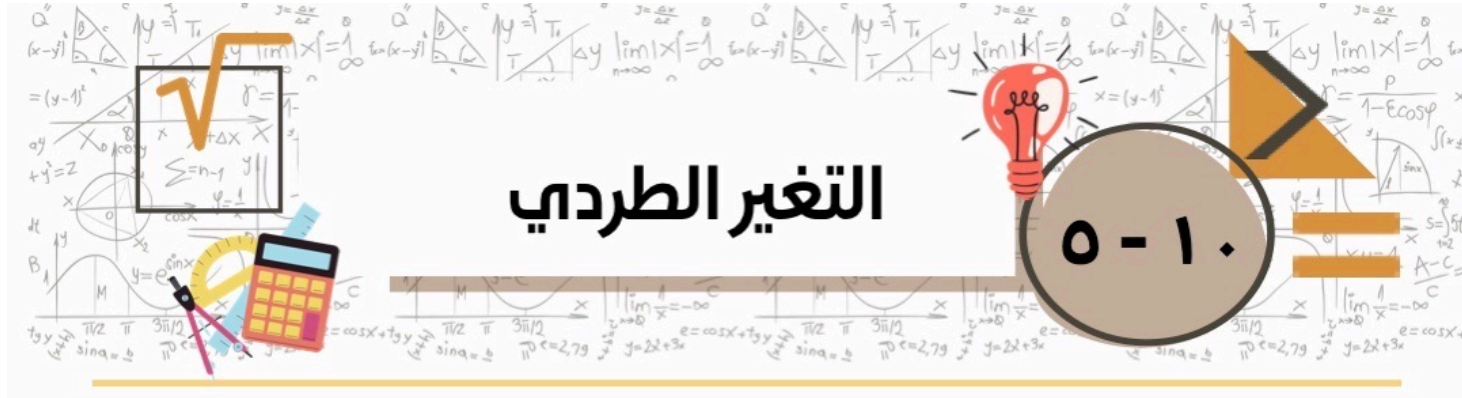


المعرفة السابقة:

$$\frac{18}{6} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2}$$

↓ ↓ ↓

٣ ٣ ٣



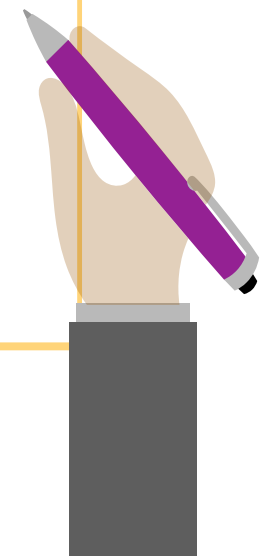
سنتعلم اليوم :



إيجاد النسبة الثابتة ☒

تحديد التغير الطردي ☒

حل مسائل التغير الطردي ☒

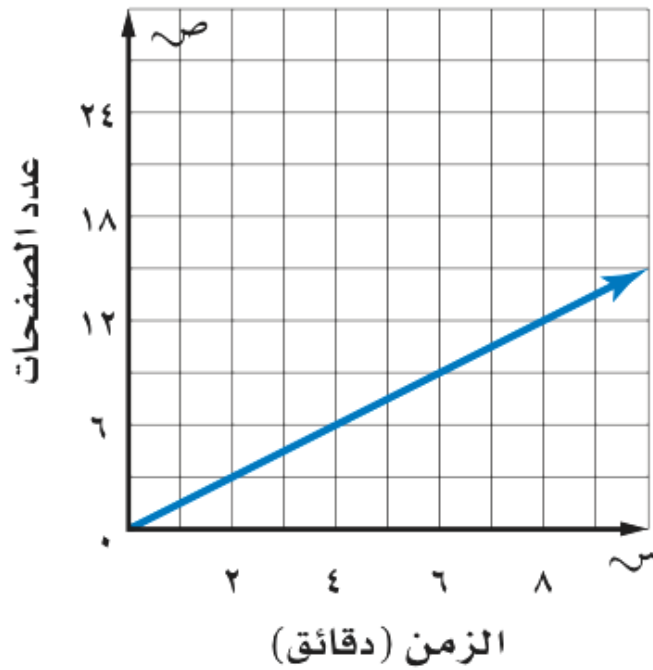




التغير الطردي

٥ - ١٠

استعد



حواسيب: استعمل التمثيل البياني المجاور الذي يبين نواتج الطابعة الملونة.

- ١ ما المعدل الثابت للتغير أو ميل المستقيم؟
- ٢ هل يتناسب عدد الصفحات المطبوعة مع زمن الطباعة دائماً؟ وإذا كان كذلك فما النسبة الثابتة؟
- ٣ قارن المعدل الثابت للتغير بالنسبة الثابتة.

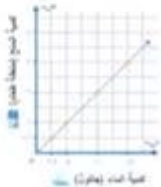
التغير الطردي

٥ - ١٠

عندما تكون النسبة بين كميتين متغيرتين ثابتة، تُسمى العلاقة بينهما **تغيرًا طرديًا**،
وتُسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير**.

منحنى التغير الطردي

الذي يمثل علاقة خطية متناسبة،
هو مستقيم يمر بنقطة الأصل.



النسبة الثابتة

هي ثابت التغير

$$\frac{ص}{س} = ك$$

التغير الطردي

علاقة تكون فيها النسبة بين
الكميتين المتغيرتين ثابتة

$$\frac{ص}{س} = \text{ثابت}$$

التغير الطردي

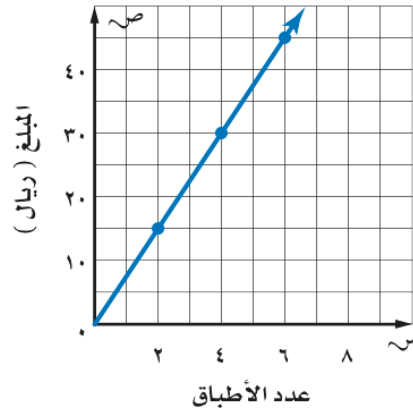
٥ - ١٠



إيجاد النسبة الثابتة ☒



مثال من واقع الحياة :



الطبق الخيري: يبين التمثيل البياني المجاور المبالغ التي جمعتها سارة في مهرجان الطبق الخيري، والذي رُصد ريعه للأعمال الخيرية. حدّد المبلغ الذي حصلت عليه سارة مقابل بيع كل طبق.
بما أن المعلومات في التمثيل تشكل خطأً مستقيمًا، فإن معدل التغير يكون ثابتًا، استعمل التمثيل البياني لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{7,5}{1} = \frac{15}{2} \quad \frac{7,5}{1} = \frac{30}{4} \quad \frac{7,5}{1} = \frac{45}{6} \quad \leftarrow \frac{\text{المبلغ الذي تم جمعه}}{\text{عدد الأطباق}}$$

فتكون سارة قد حصلت على ٧,٥ ريالاً لكل طبق واحد.

التغير الطردي

٥ - ١٠

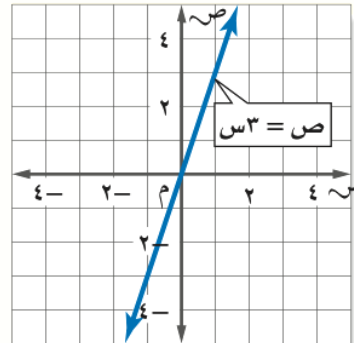
مفهوم



مفهوم أساسي

التغير الطردي

النموذج :



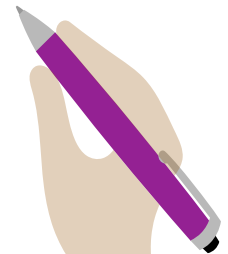
التعبير اللفظي: التغير الطردي: هو علاقة تكون فيها نسبة ص إلى س ثابتة (ك). ويعبر عن ذلك بأن ص تتغير طردياً مع س.

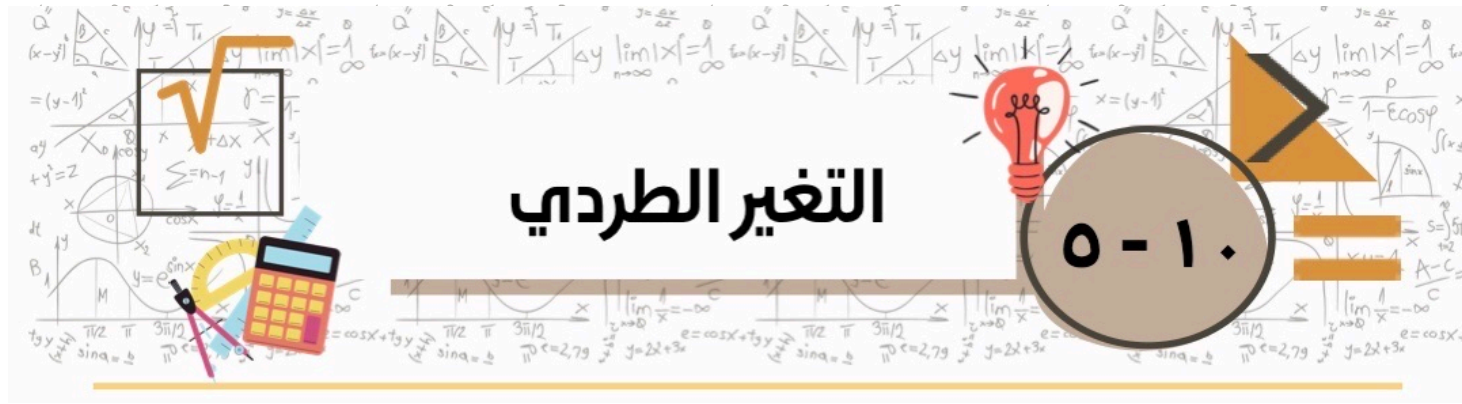
ك = $\frac{ص}{س}$ أو ص = ك س
حيث ك $\neq$ صفر

الرموز:

ص = ٣س

مثال:





التغير الطردني

تحقق من فهمك :



حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثل تغيرًا طرديًا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

جـ) الأيام س					د) الوقت س				
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٤	٤	٦	٨	١٠	١٢
١٢,٥	٢٥	٣٧,٥	٥٠	٢٤	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨
الارتفاع ص					المسافة ص				

التغير الطردي

٥ - ١٠



حل مسائل التغير الطردي ☒



مثال :

حيوانات: بالرجوع إلى المعلومات إلى اليمين. افترض أن عمر الحصان يتغير طرديًا مع ما يكافئه من عمر الإنسان. فما عمر الإنسان الذي يكافئ ٦ سنوات من عُمر حصان؟
اكتب معادلة التغير الطردي. لتكن s تمثل عمر الحصان، x تمثل عمر الإنسان المكافئ له.

ص = ك س تغير طردي.

ص = ٣، س = ١ ٣ = ك (١)

ص = ٣ بسط.

ص = ٣ س عوض عن ك بـ ٣.

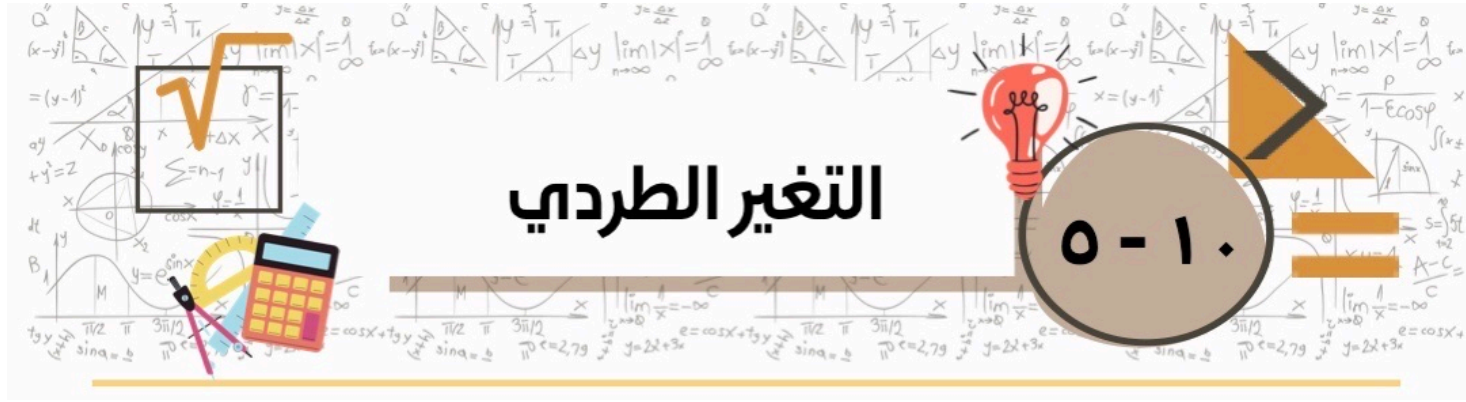
استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ٦.

ص = ٣ س

ص = ٣ (٦) س = ٦.

ص = ١٨ بسط.

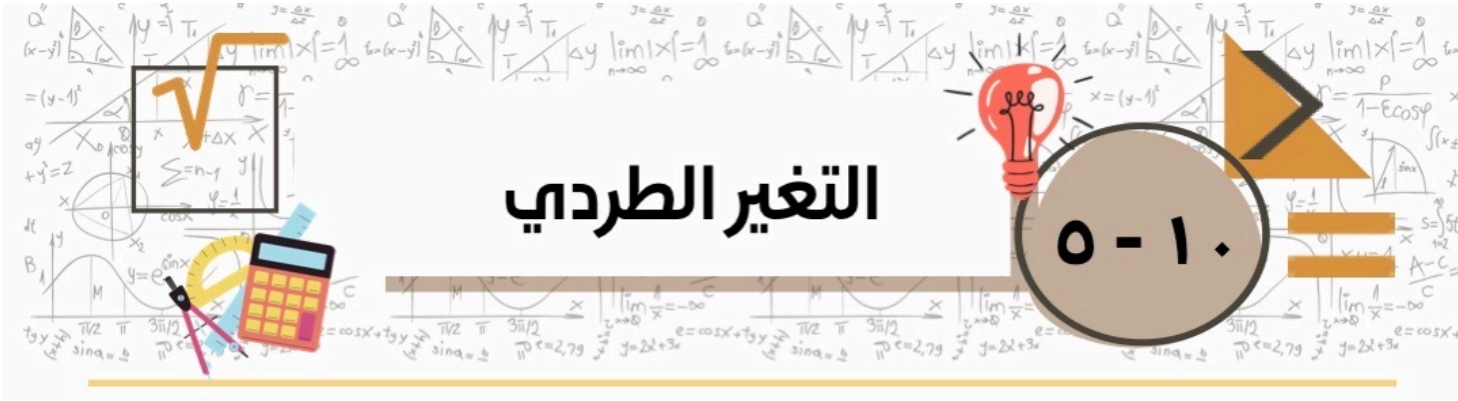
إذن ٦ سنوات من عُمر حصان تكافئ ١٨ سنة من عمر إنسان.



تحقق من فهمك :



(ب) تسوق: يبيع محل خضار ٦ برتقالات بـ ١٢ ريالاً. فما ثمن ١٠ برتقالات؟



التغير الطردي

٥ - ١٠



تحديد التغير الطردي ✓



حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثل تغيرًا طرديًا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

مثال :

قارن بين النسب وتحقق من تساويها.

الكيلومترات س	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠
اللترات ص	١٠	٢٠	٣٠	٤٠

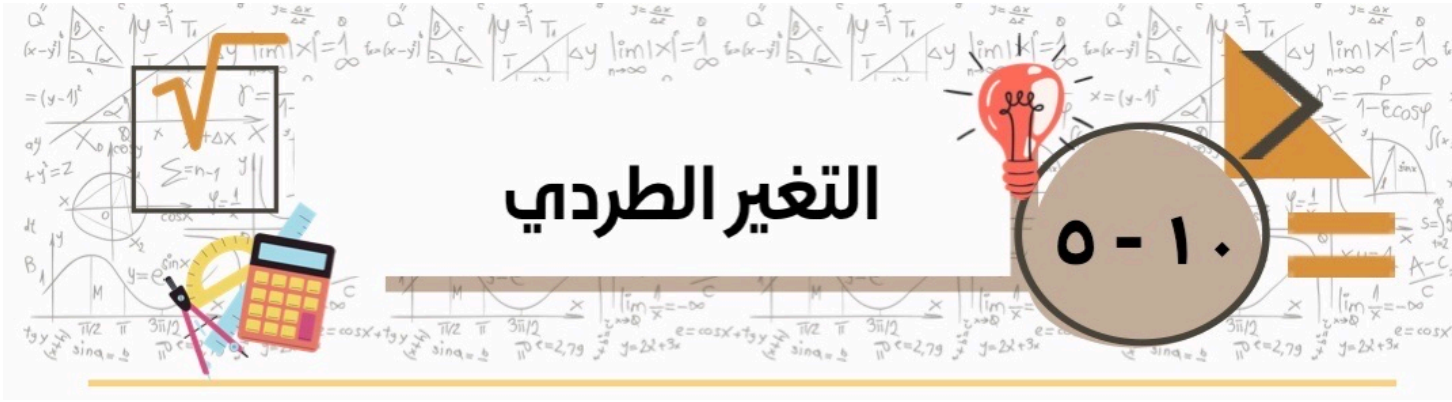
$$\frac{٢}{٥} = \frac{٤٠}{١٠٠} \quad \frac{٢}{٥} = \frac{٣٠}{٧٥} \quad \frac{٢}{٥} = \frac{٢٠}{٥٠} \quad \frac{٢}{٥} = \frac{١٠}{٢٥} \leftarrow \frac{\text{الترات}}{\text{الكيلومترات}}$$

بما أن النسب نفسها، فالدالة تمثل تغيرًا طرديًا، وثابت التغير يساوي $\frac{٢}{٥}$.

الساعات س	٢	٤	٦	٨
الإيرادات ص	٣٦	٥٢	٦٨	٨٤

$$\frac{١٠,٥}{١} = \frac{٨٤}{٨} \quad \frac{١١,٣٣}{١} = \frac{٦٨}{٦} \quad \frac{١٣}{١} = \frac{٥٢}{٤} \quad \frac{١٨}{١} = \frac{٣٦}{٢} \leftarrow \frac{\text{الإيرادات}}{\text{الساعات}}$$

النسب ليست نفسها، فالدالة ليست تغيرًا طرديًا.



التغير الطردي

٥ - ١

تحقق من فهمك :



- (أ) **مظلي**: هبط مظلي من ارتفاع ١٩٠٠ قدم في دقيقتين بعد فتح مظلته، وهبط ٤٧٥٠ قدمًا في ٥ دقائق. إذا كانت المسافة تتغير طرديًا مع الزمن، فما معدل نزول المظلي؟

التغير الطردي

٥ - ١٠

نقاش



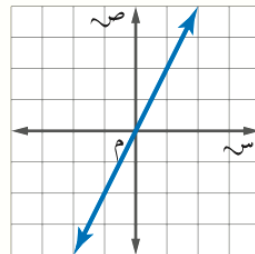
ملخص المفهوم

الدالة الخطية المتناسبة

المعادلة:

$$ص = ٢س$$

التمثيل البياني:



الجدول:

س	٢	١	١	٢
ص	٤	٢	٢	٤
ص/س	٢	٢	٢	٢

إرشادات للدراسة

التغيرات الطردية

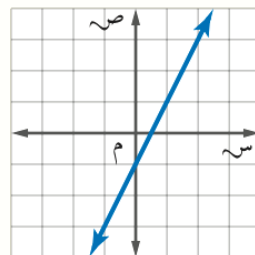
لاحظ أن منحنى التغير
الطردي الذي يمثّل علاقة
خطية متناسبة هو مستقيم
يمر بنقطة الأصل.

الدالة الخطية غير المتناسبة

المعادلة:

$$ص = ٢س - ١$$

التمثيل البياني:



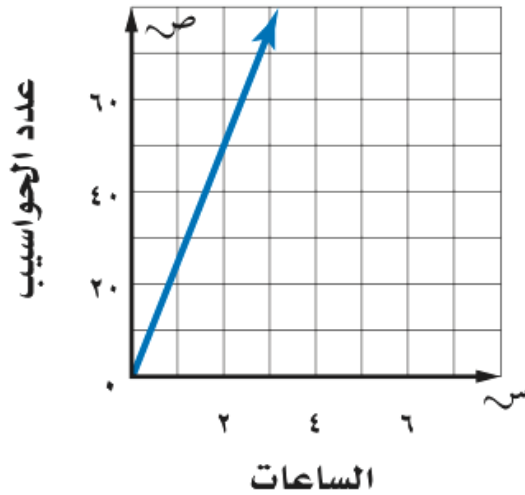
الجدول:

س	٢	١	١	٢
ص	٣	١	٣	٥
ص/س	١.٥	١	٣	٢.٥

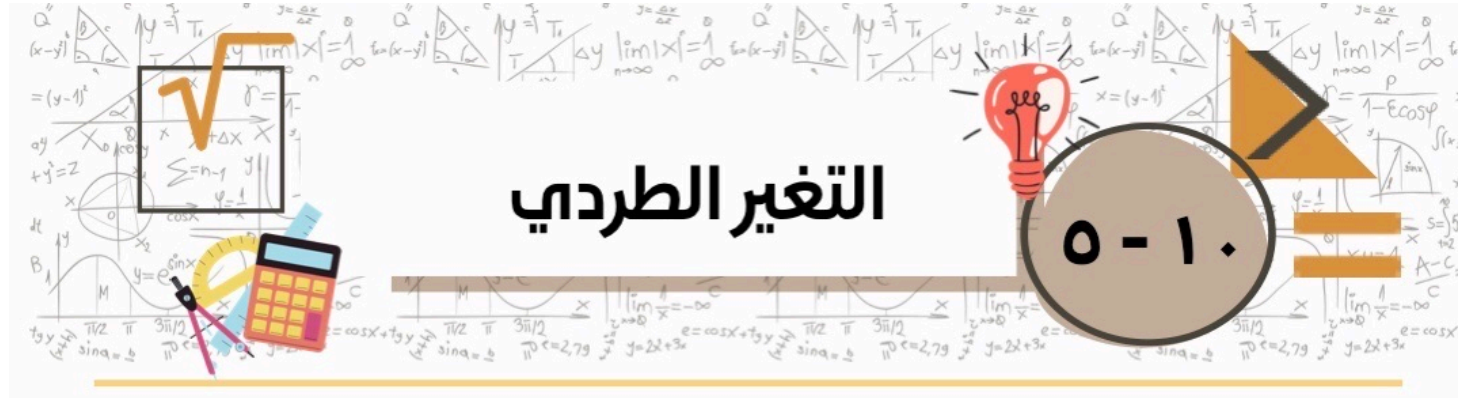
التغير الطردي

٥ - ١٠

تأكد:



تصنيع: يتغير عدد الحواسيب المصنعة
تغيراً طردياً مع ساعات عمل خط الإنتاج. وفقاً
للشكل المجاور، ما نسبة الحواسيب المصنعة
إلى ساعات الإنتاج؟



التغير الطردي

٥-١٠

تأكد:

٥	٤	٣	٢	الساعات س
٢٩٠	٢٣٢	١٧٤	١١٦	الكيلومترات ص

حدد ما إذا كانت الدالة الخطية

الممثلة بالجدول المجاور تمثل تغيرًا

طرديًا أم لا، وإذا كانت كذلك، فاذكر ثابت التغير.

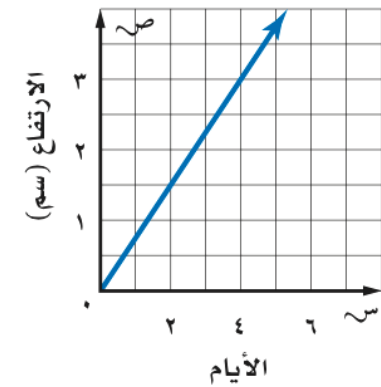
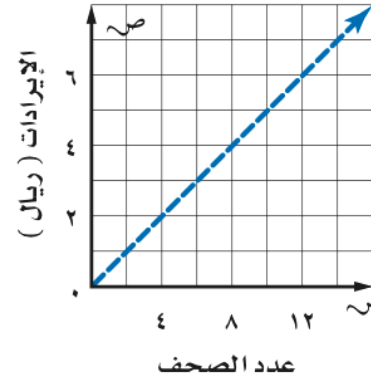


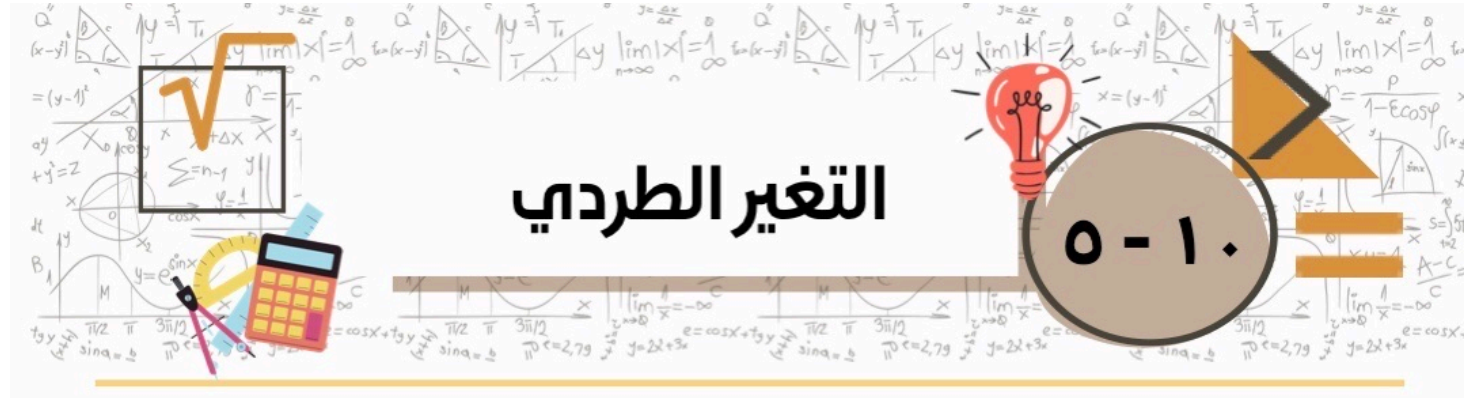
التغير الطردي

٥-١٠

تدرب :

- ٤ **تشجير:** زرعت جميلة بعض البذور، وبعد أن ظهرت فوق سطح الأرض، وجدت أن ارتفاعها يتغير طردياً مع عدد الأيام، فما معدل نموها؟
- ٥ **وظائف:** يعمل خالد في توزيع الصحف اليومية، ويتناسب إيراده طردياً مع عدد الصحف التي يوزعها. فما إيراده لكل صحيفة يوزعها؟





التغير الطردي

٥ - ١٠

تدرب :

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي شكل تغيرًا طرديًا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

٨٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٢٠٠	الدقائق س
٢١٥	١٦٥	١١٥	٦٥	التكلفة ص

١٢

٨	٧	٦	٥	الصور س
٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	الثواني ص

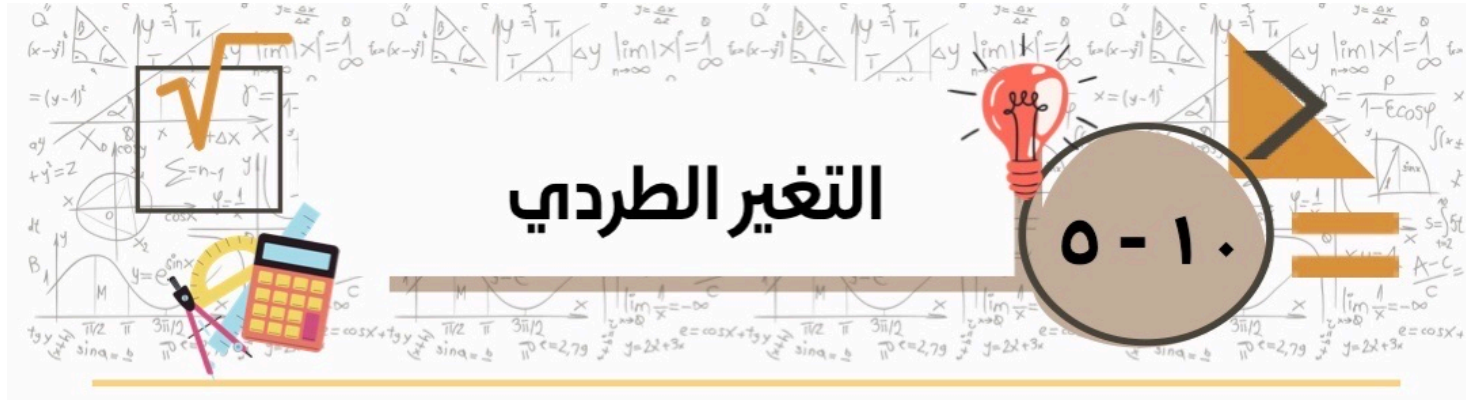
١١

٢٥	٢٠	١٥	١٠	التمن س
١,٧٥	١,٤٠	١,٠٥	٠,٧٠	الربح ص

١٤

١٣	١٢	١١	١٠	العمر س
٨	٧	٦	٥	الصف ص

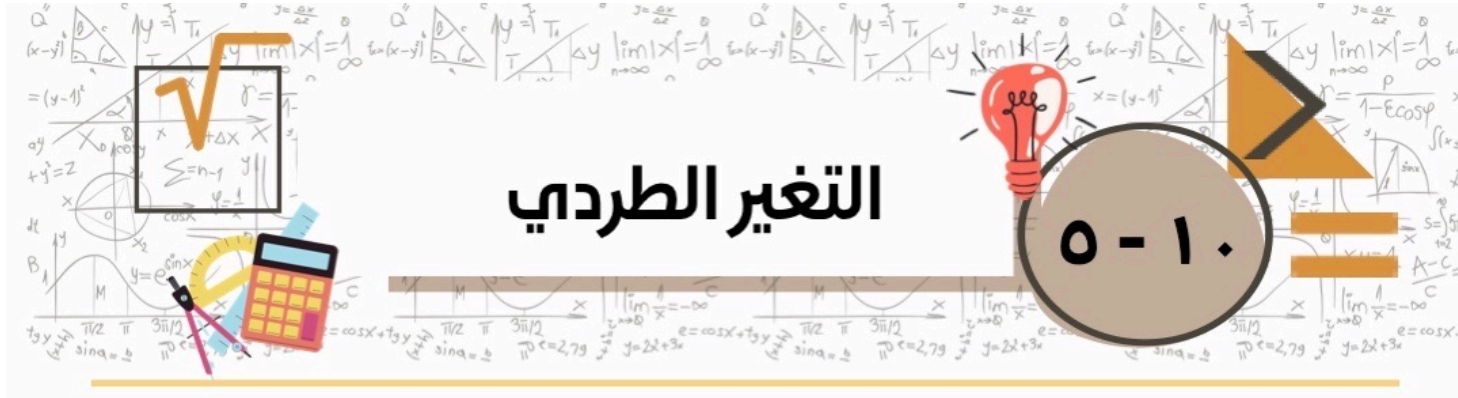
١٣



تدرب :

جبر: إذا كانت ص تتغير طرديًا مع س. فاكتب معادلة التغير الطردي، ثم أوجد القيمة المطلوبة.

- ١٥ إذا كانت ص = - ١٢ عندما س = ٩، فأوجد قيمة ص عندما س = - ٤.
- ١٦ إذا كانت ص = ٨ عندما س = ٢٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠.



مسائل مهارات التفكير العليا :

٢١ **تحذُّ:** تتناسب كمية الطلاء المطلوبة لتغطية سطح خشبي طرديًا مع مساحة السطح. فإذا كانت ٣ عبوات تكفي لتغطية ١, ٢ م^٢. فكم عبوة تلزم لتغطية ١٥, ٣ م^٢؟

٢٢ **اكتب** معادلة تغير طردي ، ثم اضرب قيمة س في ٣. وفسر كيف تجد التغير في قيمة ص المناظرة.

التغير الطردي

٥ - ١٠

تدريب على الإختبارات الدولية :



٢٤ إجابة قصيرة : قرأتها ١٢ صفحة قراءة حرّة في ٣٠ دقيقة. كم صفحة ستقرأ في ٤٥ دقيقة؟

٢٥ في وصفة لصنع عصير فواكه مزجت الجوهره ١٥٠ مل من عصير التفاح مع ٩٠ مل من عصير البرتقال. إذا صنعت عصير الفواكه مستعملة ٣٠٠ مل من عصير التفاح. فأى التناسبات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد ملترات عصير البرتقال (ل) التي ستستعملها؟

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad \frac{ل}{٣٠٠} &= \frac{٩٠}{١٥٠} & \text{(ج)} \quad \frac{٣٠٠}{ل} &= \frac{٩٠}{١٥٠} \\ \text{(ب)} \quad \frac{ل}{١٥٠} &= \frac{٩٠}{٣٠٠} & \text{(د)} \quad \frac{٩٠}{ل} &= \frac{١٥٠}{٣٠٠} \end{aligned}$$

٢٣ أجرى سعد تجربة في مختبر العلوم وسجلوا نتائج طول استطالة النابض (الزنبرك) كما هو مبين في الجدول أدناه:

طول استطالة النابض	
استطالة النابض (سم)	كتلة الثقل (جرام)
٠	٠
٢	١٢
٥	٣٠
٩	٥٤
١٢	٧٢

أى المعادلات الآتية تعطي أفضل تمثيل للعلاقة بين استطالة النابض (س) وكتلة الثقل المعلق فيه (ص)؟

(أ) $ص = ٦س$ (ب) $ص = ٦س$

(ج) $ص = \frac{٦}{س}$ (د) $ص = \frac{س}{٦}$



تعلمنا اليوم

العلاقات

غير طردية

عندما تكون النسبة بين كل كميتين غير ثابتة

طرديّة

عندما تكون النسبة بين كل كميتين ثابتة