تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانيًّا.

والآن

- أحلّل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية.
- أمثّل الدوال التربيعية بيانيًّا.

المفردات

الدالة غير الخطية

الدالة التربيعية

الصورة القياسية للدالة التربيعية

القطع المكافئ

محور التماثل

الرأس

القيمة الصغرى

القيمة العظمى

متماثل

أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

رابط الدرس الرقمي

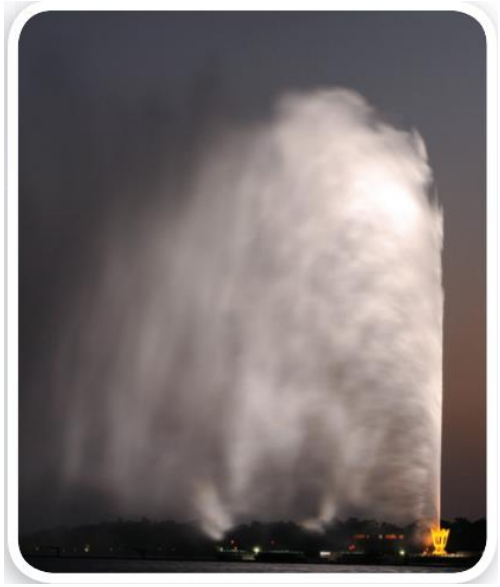
عناصر الدرس

- الدوال التربيعية
- التمثيل البياني للقطع المكافئ
- تحديد خصائص القطع المكافئ من تمثيله البياني
- تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته
- القيم العظمى والقيم الصغرى
- تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا
- استعمال تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

لماذا ؟



تُعد نافورة الملك فهد في جدة أعلى نافورة من نوعها في العالم، إذ يصل ارتفاعها إلى ٣١٢ مترًا، وتقدم عرضًا رائعًا لحركة المياه والضوء، ويمكن تمثيل حركة المياه بمعادلات تربيعية. كما يمكنك استعمال التمثيلات البيانية لهذه المعادلات لتوضيح مسار المياه.

خصائص الدوال التربيعية : درست سابقًا الدوال الخطية، وهناك أيضًا **دوالّ غير خطية** تختلف أشكال تمثيلاتها البيانية. **فالدوال التربيعية** مثلاً هي دوال غير خطية، ويمكن كتابتها على الصورة د(س) = أس^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ٠ ، وتُسمى هذه الصورة **بالصورة القياسية** للدالة التربيعية، ويسمى التمثيل البياني للدالة التربيعية **قطعًا مكافئًا**. وتتماثل القطوع المكافئة حول خط يتوسطها يُسمى **محور التماثل**، يقطع القطع في نقطة واحدة تُسمى **الرأس**.

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

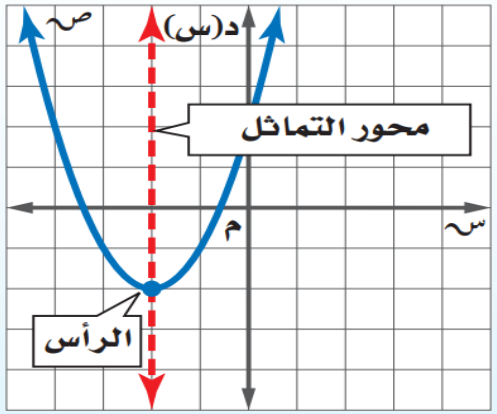
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مفهوم أساسي

الدوال التربيعية

الدالة المولدة (الأم):	$د(س) = س^{٢}$
الصورة القياسية:	$د(س) = أ\,س^{٢} + ب\,س + جـ$
شكل التمثيل:	قطع مكافئ
محور التماثل:	$س = -\frac{ب}{٢أ}$
المقطع الصادي:	جـ

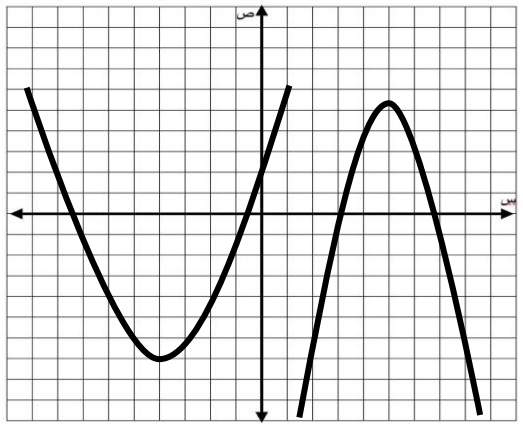
أضف إلى مطويتك



ويكون التمثيل البياني للدالة ص = أس^{٢} + ب س + جـ مفتوحًا إلى أعلى، إذا كان أ > ٠، وتمثل أدنى نقطة فيه نقطة **القيمة الصغرى**، ويكون مفتوحًا إلى أسفل، إذا كان أ < ٠ وتمثّل أعلى نقطة فيه نقطة **القيمة العظمى**، وتمثِّل نقطتا القيمة العظمى أو القيمة الصغرى رأس القطع.

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا



* الدالة التربيعية هي دالة: .....

* الصورة القياسية لها هي :.....

* تمثل على شكل : .....

* إذا كانت أ ..... ، فإن القطع مفتوحًا الى ..... وَ تمثل أدنى نقطة فيه نقطة القيمة .....

* إذا كانت أ ..... ، فإن القطع مفتوحًا الى ..... وَ تمثل أعلى نقطة فيه نقطة القيمة :.....

* القطع متماثل حول:.....

* معادلة محور التماثل :.....

* المقطع الصادي :.....

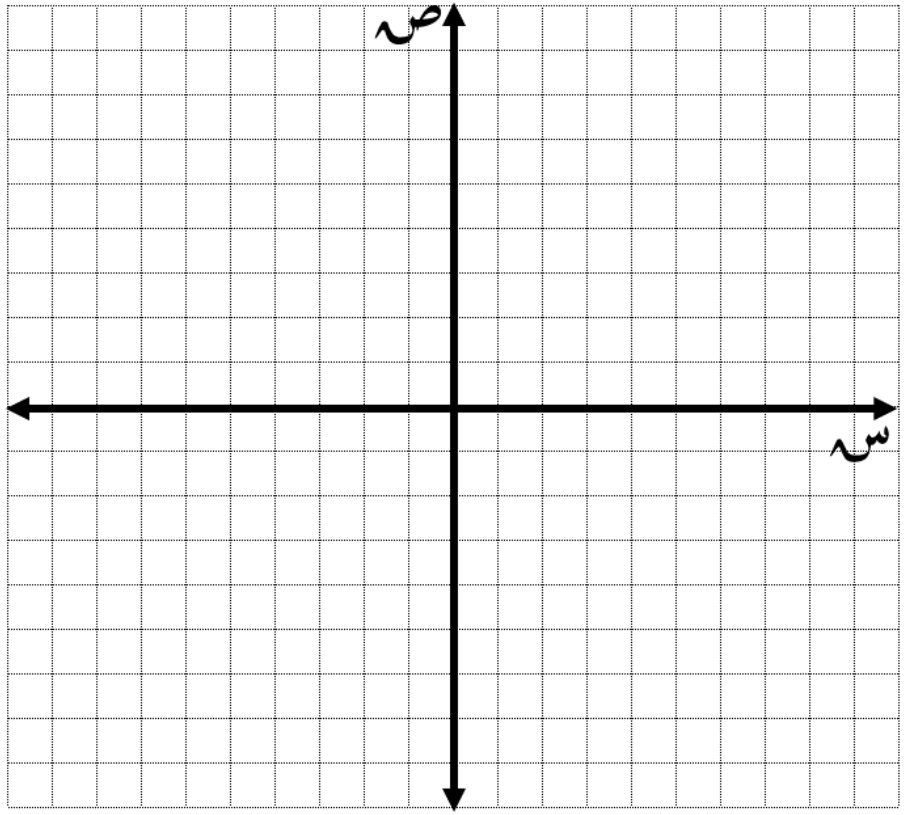
مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

التمثيل البياني للقطع المكافئ

تحقق من فهمك

١) استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة ص = س^{٢} + ٣ بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها.



س	س^{٢} + ٣	ص	(س ، ص)
- ٢			
- ١			
٠			
١			
٢			

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

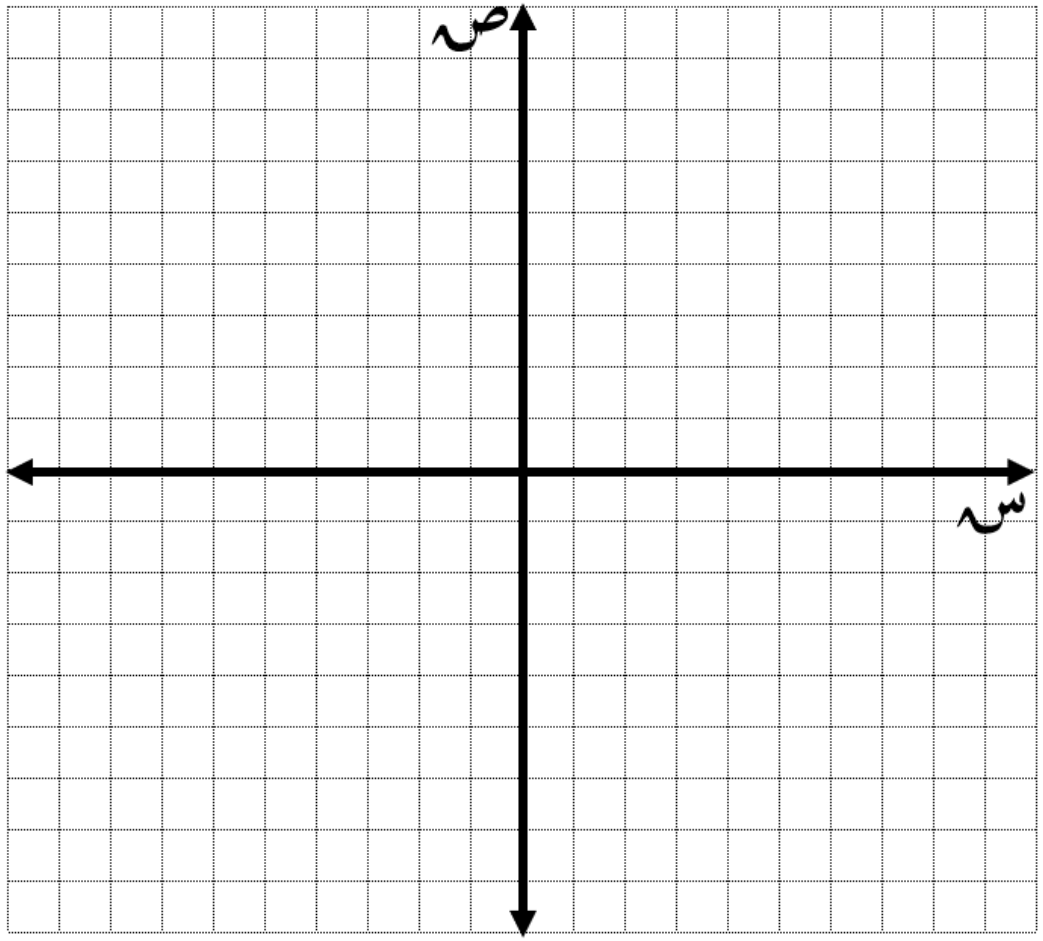
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

التمثيل البياني للقطع المكافئ

تأكد

استعمل جدول القيم، لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها:

١) $ص = ٢س^{٢} + ٤س - ٦$



س	٢ س^{٢} +٤س - ٦	ص	(س ، ص)
-٣			
-٢			
-١			
٠			
١			

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

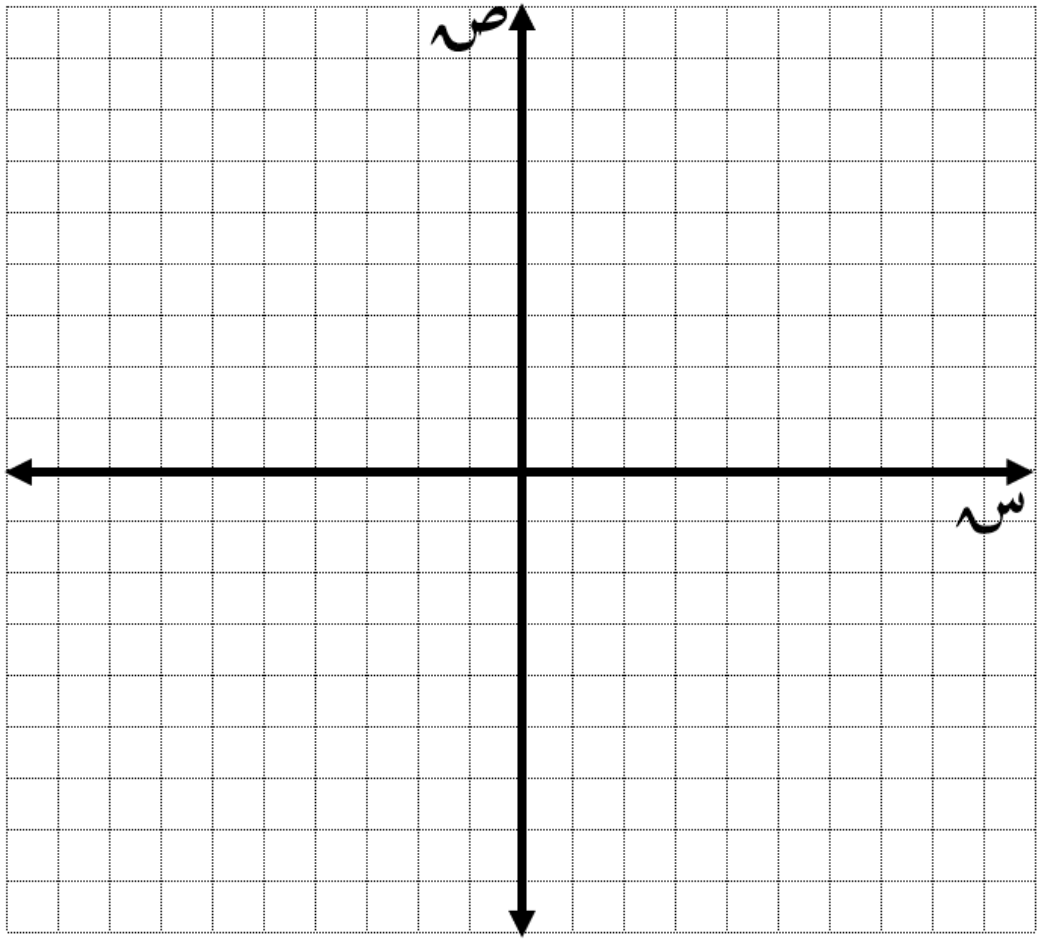
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

التمثيل البياني للقطع المكافئ

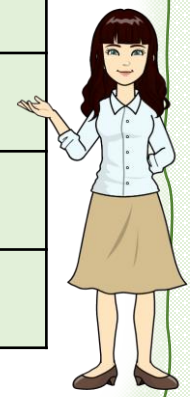
تأكد ١١١

استعمل جدول القيم، لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها:

٢) $ص = س^{٢} + ٢س - ١$



س	$س^{٢} + ٢س - ١$	ص	(س ، ص)
-٣			
-٢			
-١			
٠			
١			



مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

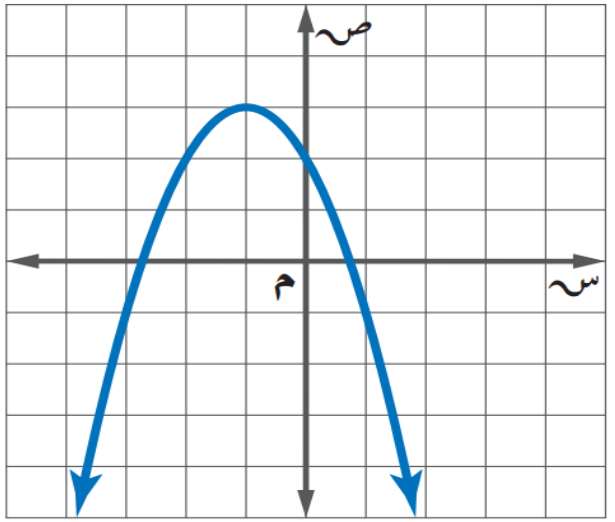
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تحديد خصائص القطع المكافئ من تمثيله البياني

تحقق من فهمك ١٠٧

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:

٢أ)

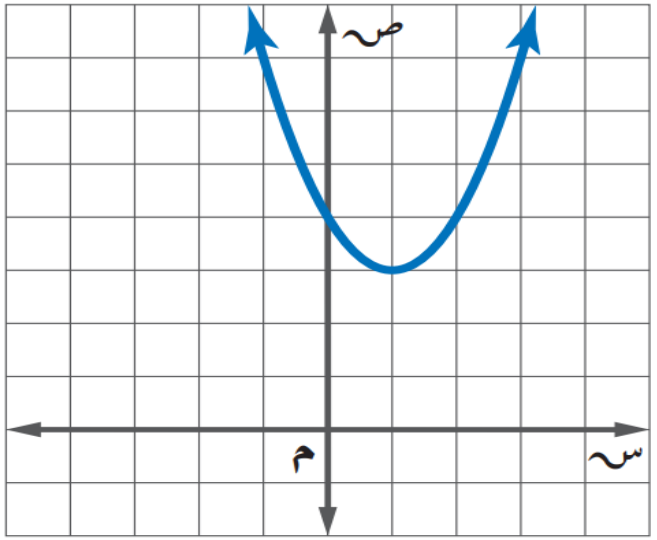


الرأس هو .....

محور التماثل هو .....

المقطع الصادي هو .....

٢ب)



الرأس هو .....

محور التماثل هو .....

المقطع الصادي هو .....

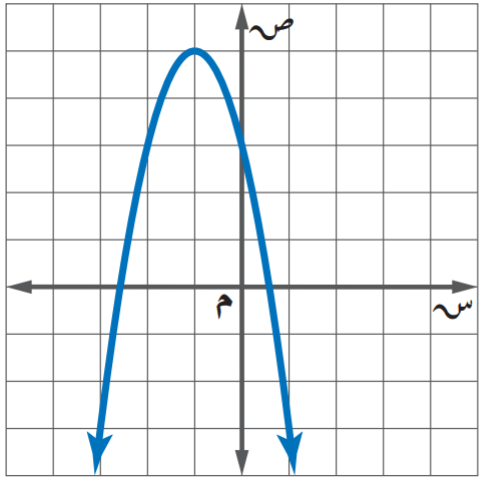
مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تأكد ١١١

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:

٤)

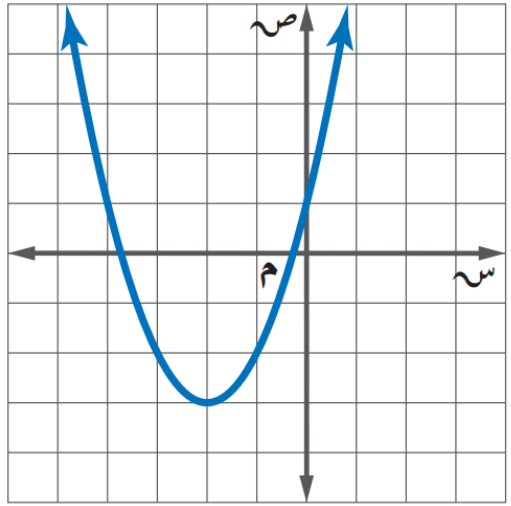


الرأس هو .....

محور التماثل هو .....

المقطع الصادي هو .....

٥)

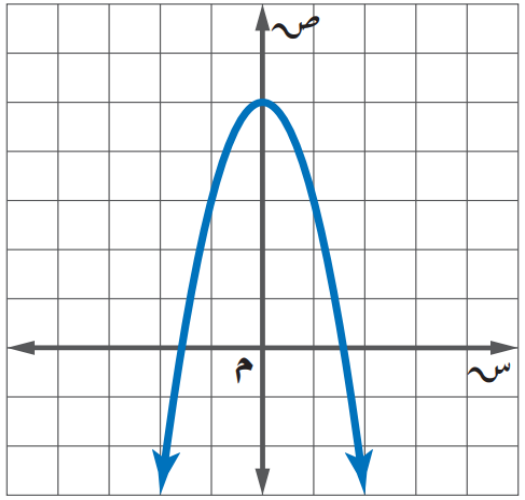


الرأس هو .....

محور التماثل هو .....

المقطع الصادي هو .....

٦)



الرأس هو .....

محور التماثل هو .....

المقطع الصادي هو .....

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

إرشادات للدراسة

المقطع الصادي

المقطع الصادي هو الحد الثابت (جـ) للدالة التربيعية في الصورة القياسية

تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته

تحقق من فهمك

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

١أ) $ص = -٣س^{٢} + ٦س - ٥$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

إرشادات للدراسة

المقطع الصادي

المقطع الصادي هو الحد الثابت (جـ) للدالة التربيعية في الصورة القياسية

تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته

تحقق من فهمك

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٣ب) $ص = ٢س^{٢} + ٢س + ٢$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

إرشادات للدراسة

المقطع الصادي

المقطع الصادي هو الحد الثابت (جـ) للدالة التربيعية في الصورة القياسية

تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته

تأكد

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٧) $ص = -س^{٢} + ٢س + ١$

٨) $ص = س^{٢} - ٤س + ٥$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

هناك فروق عامة بين الدوال الخطية والدوال التربيعية تظهر في الجدول الآتي:

	الدوال الخطية	الدوال التربيعية
الصورة القياسية	ص = أ س + ب	ص = أ $س^{٢}$ + ب س + جـ ؛ أ ≠ ٠
الدرجة	١، لاحظ أن جميع المتغيرات من الدرجة الأولى.	٢، لاحظ أن المتغير المستقل س في الحد الأول هو من الدرجة الثانية، ومعامله أ لا يمكن أن يساوي صفرًا، وإلا أصبحت الدالّة خطية.
مثال	ص = ٢س + ٦	ص = ٣$س^{٢}$ + ٥س − ٤
التمثيل البياني	خط مستقيم	قطع مكافئ

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

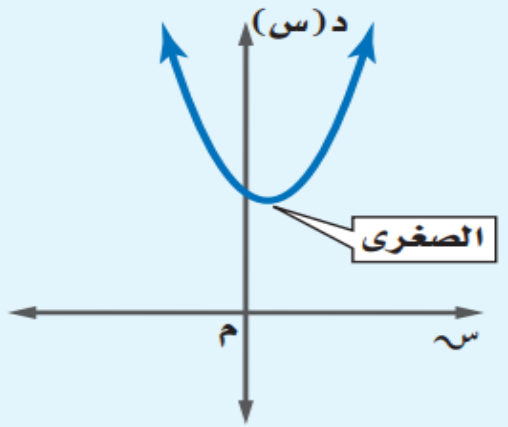
القيم العظمى والقيم الصغرى

التعبير اللفظي: يكون التمثيل البياني للدالة: د(س) = أ $س^{٢}$ + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ٠ :

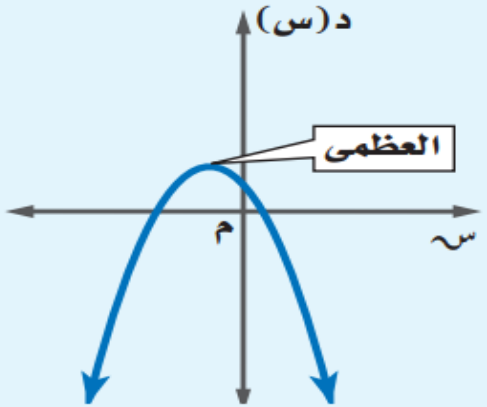
- مفتوحًا إلى أعلى وله قيمة صغرى عندما أ > ٠
- مفتوحًا إلى أسفل وله قيمة عظمى عندما أ < ٠
- مدى الدالة التربيعية هو جميع الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى إذا كانت أ > ٠ ، أو جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى إذا كانت أ < ٠ .

مثال:

أ موجبة



أ سالبة



مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

القيم العظمى والقيم الصغرى

تحقق من فهمك ١٠٩

ليكن د (س) = ٢س^{٢} – ٤س – ١ .

٤أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة عظمى أم قيمة صغرى.

٤ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.

٤جـ) حدد مجال الدالة ومداها.

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

القيم العظمى والقيم الصغرى

تأكد

في الأسئلة ١٠-١٢ أجب عما يأتي:

أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.

ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

جـ) حدِّد مجال الدالة ومداها.

١٠) ص = $-س^{٢} - ٢س + ٢$

١١) ص = $-٣س^{٢} + ٦س + ٣$

١٢) ص = $-٢س^{٢} + ٨س - ٦$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

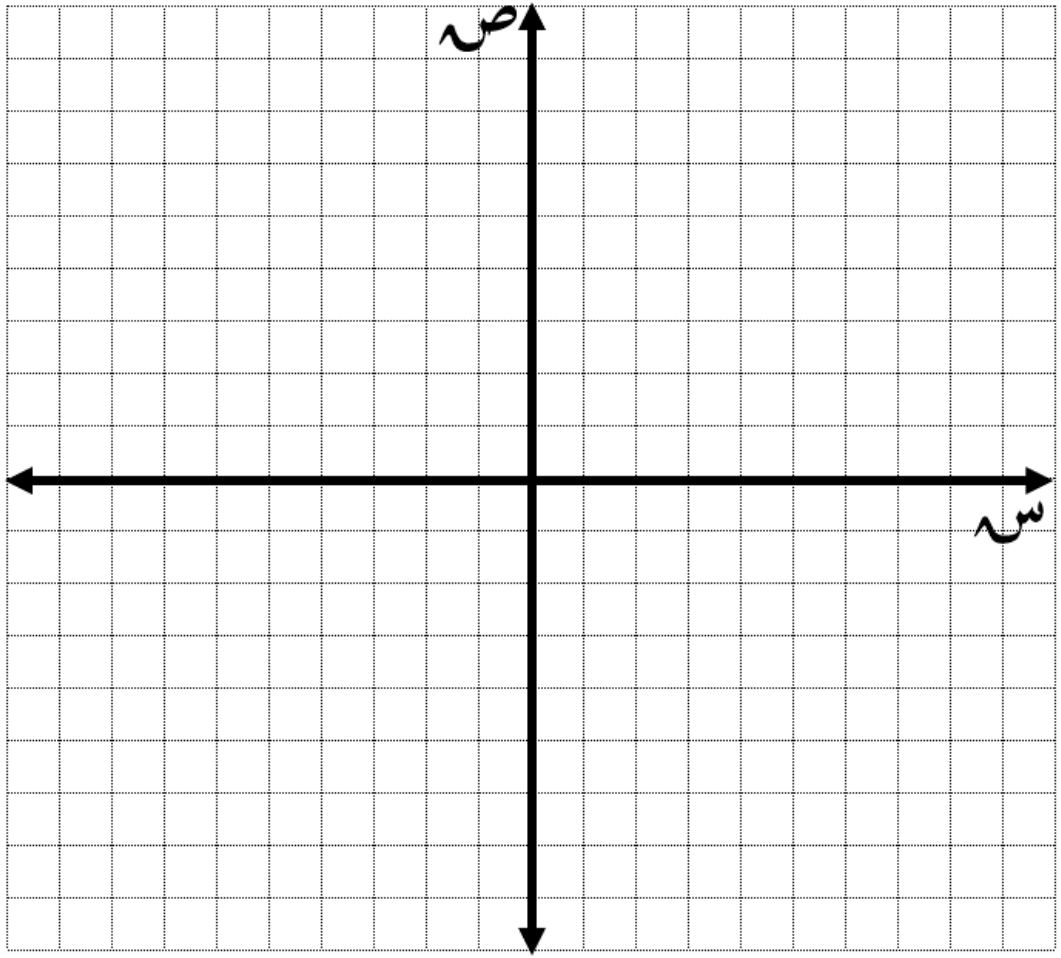
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تحقق من فهمك

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

أ٥) $د(س) = -٢س^{٢} + ٢س - ١$



مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

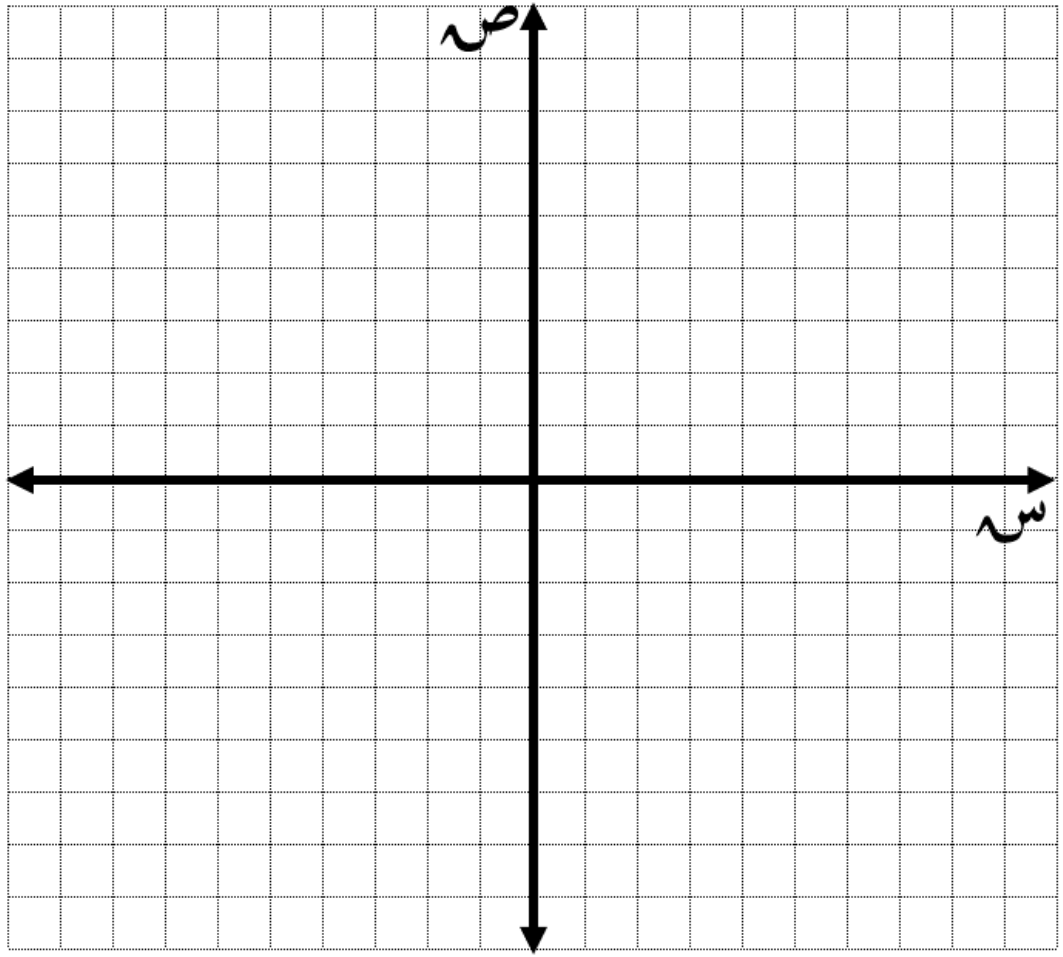
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تحقق من فهمك

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٥ب) $د(س) = ٣س^{٢} - ٦س + ٢$



مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

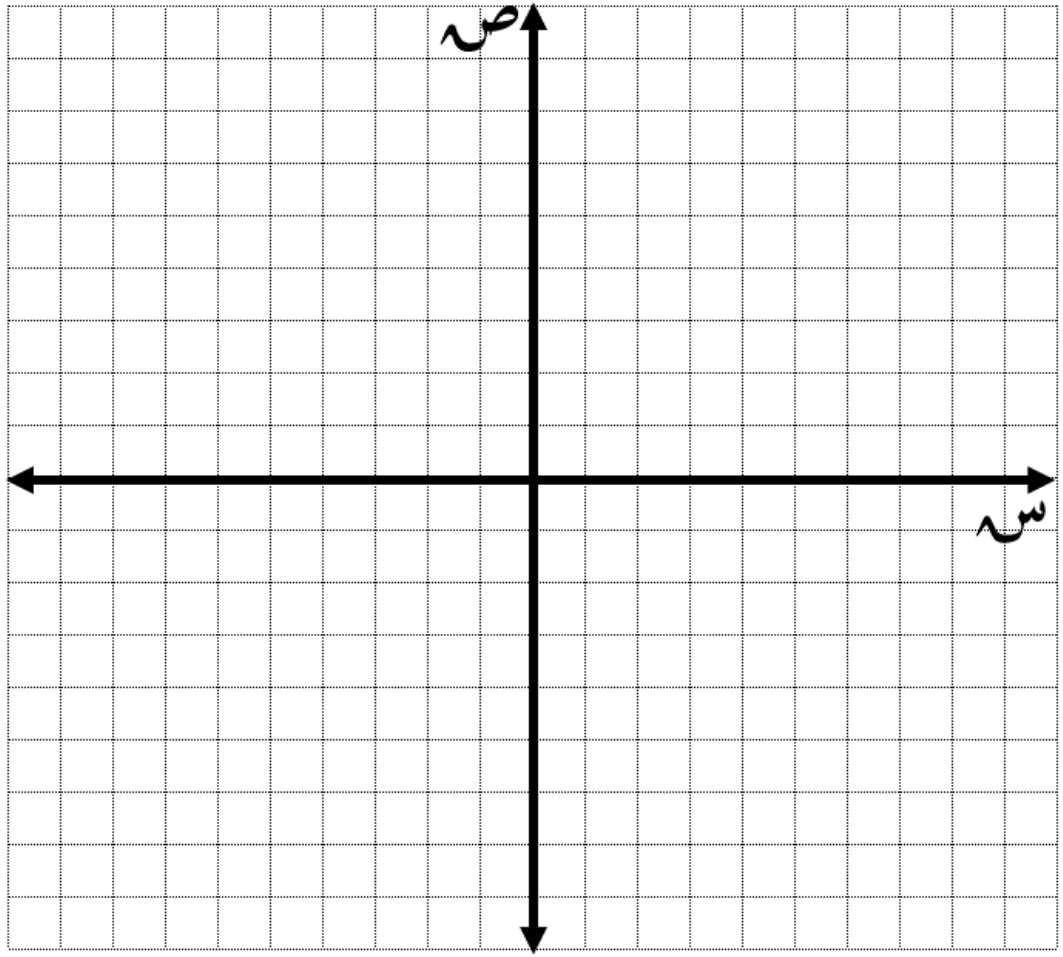
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تأكد

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

١٣) $د(س) = -٣س^{٢} + ٦س + ٣$



أ. غزيل المطرفي

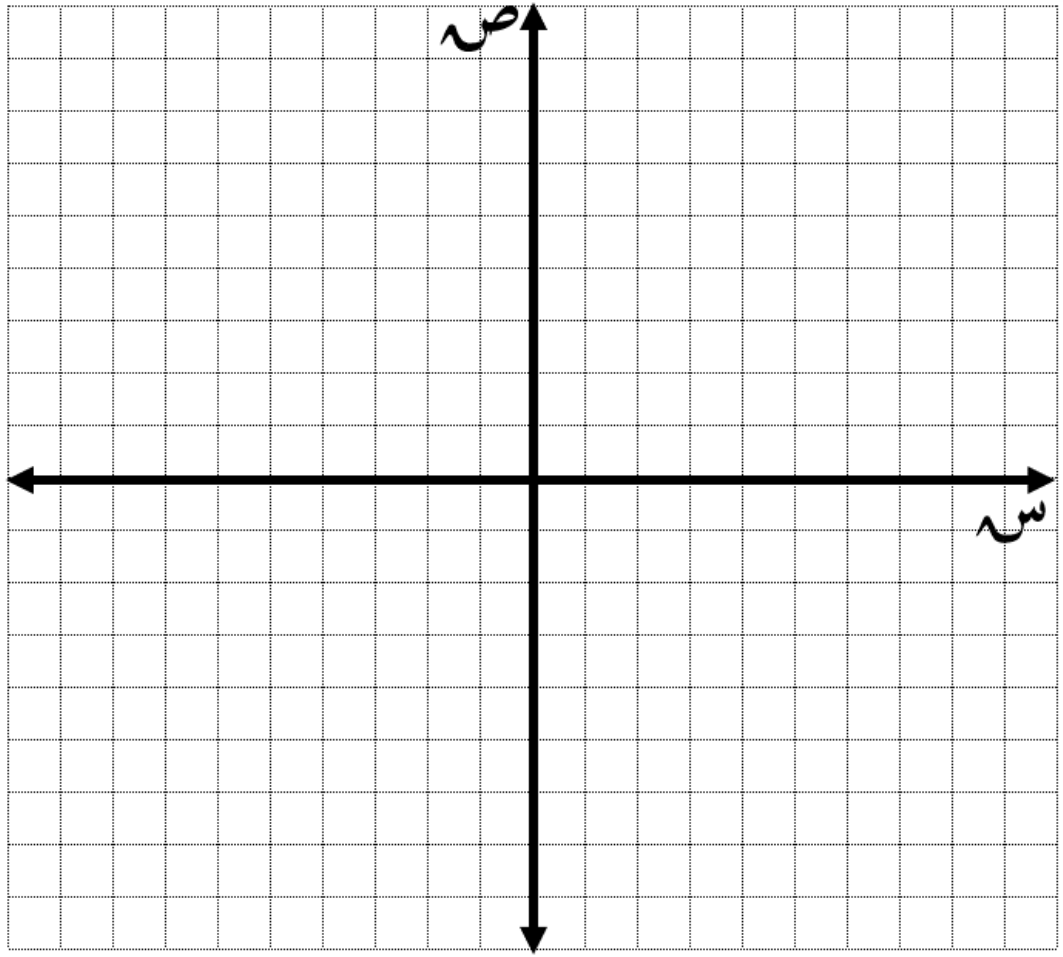
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تأكد

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

١٤) د(س) = $-٢س^{٢} + ٤س + ١$



مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

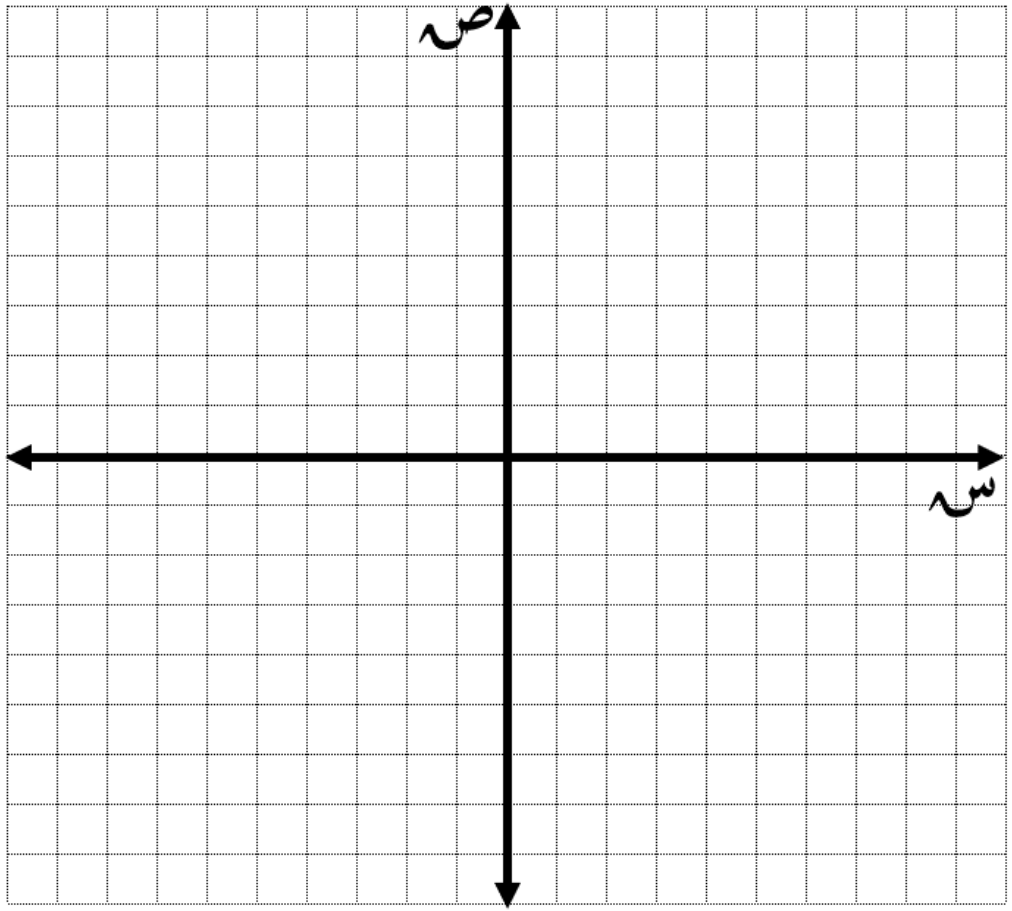
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

استعمال تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مثالٌ من واقعِ الحياةِ

تحقق من فهمك

٦) **رمي الرمح:** يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة ص = −١٦س^{٢} + ٦٤س + ٦.



أ) مثّل مسار هذا الرمح بيانيًّا.

ب) ما الارتفاع الذي أُطلق منه الرمح؟

جـ) ما أقصى ارتفاع يصله الرمح؟

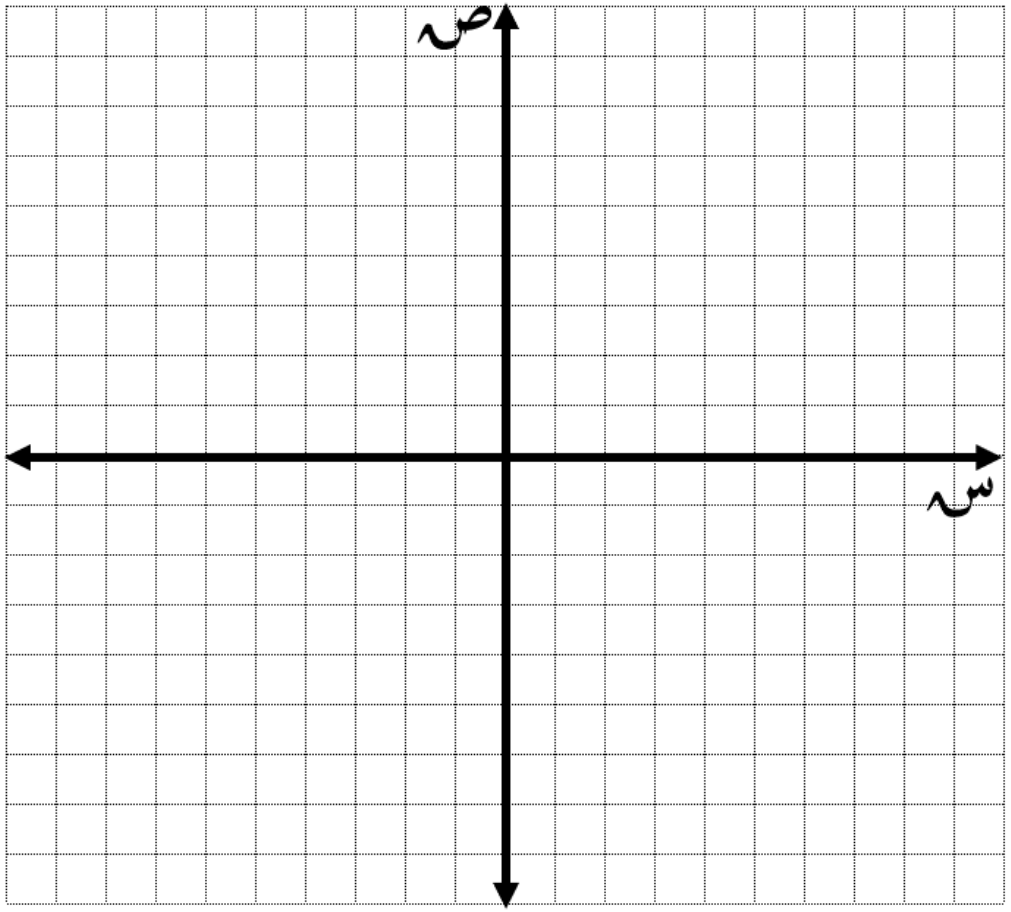
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مثالٌ من واقعِ الحياةِ

تأكد

١٦) **كرة:** يقذف ياسر كرة في الهواء، وفق المعادلة ص = −١٦س^{٢} + ١٦س + ٥ حيث تمثِّل (ص) ارتفاع الكرة بالأقدام بعد (س) ثانية.



أ) مثّل هذه الدالة بيانيًّا.

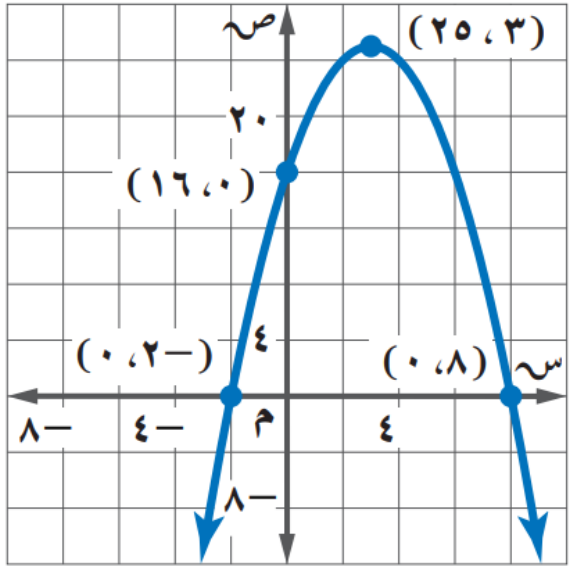
ب) ما الارتفاع الذي قُذفت منه الكرة؟

جـ) ما أقصى ارتفاع تصله الكرة من سطح الأرض؟

أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

مسائل مهارات التفكير العليا



٣٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة التمثيل البياني المجاور باستعمال محور التماثل وأحد المقطعين السينيين.

الواجب : ص١١٢ (١٧ – ٢٠ – ٢١ -٢٣ – ٢٦ – ٢٩ – ٣٢)

رابط تحضير عين

أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

تدريب على اختبار

٤٠) ما مدى الدالة د (س) = $-٤س^{٢} - \frac{١}{٢}$؟

أ) جميع الأعداد الصحيحة التي تقل عن أو تساوي $\frac{١}{٢}$

ب) جميع الأعداد الصحيحة غير السالبة

جـ) جميع الأعداد الحقيقية

د) جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي $-\frac{١}{٢}$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

استعد للدرس اللاحق

أوجد المقطع السيني للتمثيل البياني لكل معادلة فيما يأتي:

٤٤) س + ٢ص = ١٠

٤٥) ٢س − ٣ص = ١٢

٤٦) ٣س − ص = −١٨

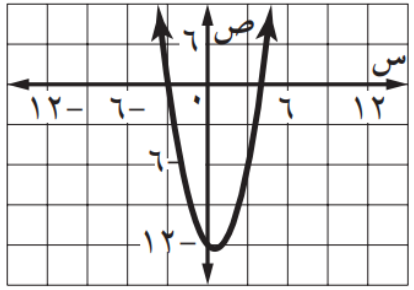
مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

ورقة عمل

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في المكان المخصص لذلك:

١) ما المقطع الصادي للتمثيل البياني المجاور؟



أ) ٤ ب) ٣-

جـ) ١٢- د) ٤-

١) _____

٢) أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل للدالة ص = ٢س^{٢} − ١٢س + ٦:

أ) (−٣، ٦٠)، س = ٣- ب) (٣، −١٢)، س = ٣

جـ) (−٣، ٧٨)، س = ٣- د) (٣، ٦)، س = ٣

٢) _____

٣) أوجد إحداثيَّي الرأس للدالة ص=− ٢س^{٢} − ٨، وحدّد إذا كان للدالة نقطة قيمة عظمى أو نقطة صغرى.

أ) (−٢، −١٦)، صغرى ب) (−٢، ٨)، عظمى

جـ) (٢، −١٦)، عظمى د) (٠، −٨)، عظمى

٣) _____

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي

مهمة ادائية

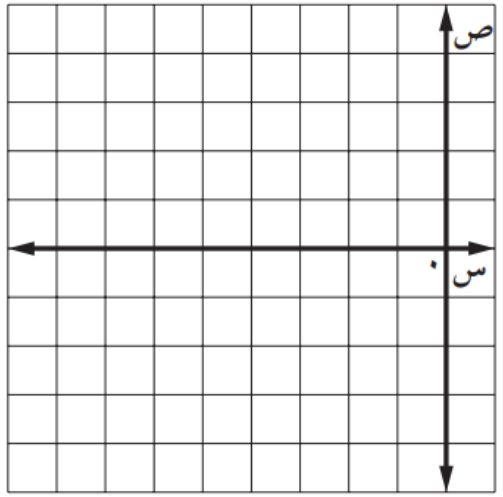
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك:

١) أوجد مجال الدالة ص = ٢ س^{٢} − ٨ س + ٤ ومداها. ١) _____

٢) اكتب معادلة محور التماثل، وأوجد إحداثيات الرأس للتمثيل البياني ٢) _____
للدالة ص =− س^{٢} − ٤س + ٥، وحدّد إن كان للدالة قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

٣) اكتب معادلة محور التماثل، وأوجد إحداثيات الرأس للتمثيل البياني للدالة
ص = س^{٢} + ٨س + ١٢. ومثِّل الدالة بيانيًّا.



٣) _____

مجموعة رفعة الرياضيات
أ. غزيل المطرفي