

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل
الدراسي
الثالث





صباح الخير يا وطني
صباح المجد والعلواء



الحضور والغياب





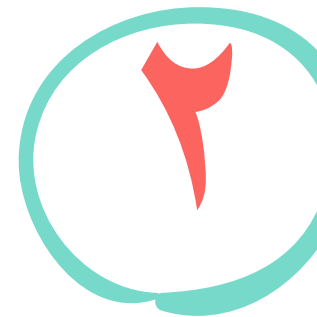
منع علامة صح أو خطأ



١٠ س - ٤ - ٨ س أ تمثل كثيرة حدود



٢ - س + ٢ س + ٥ ثلاثية حدود

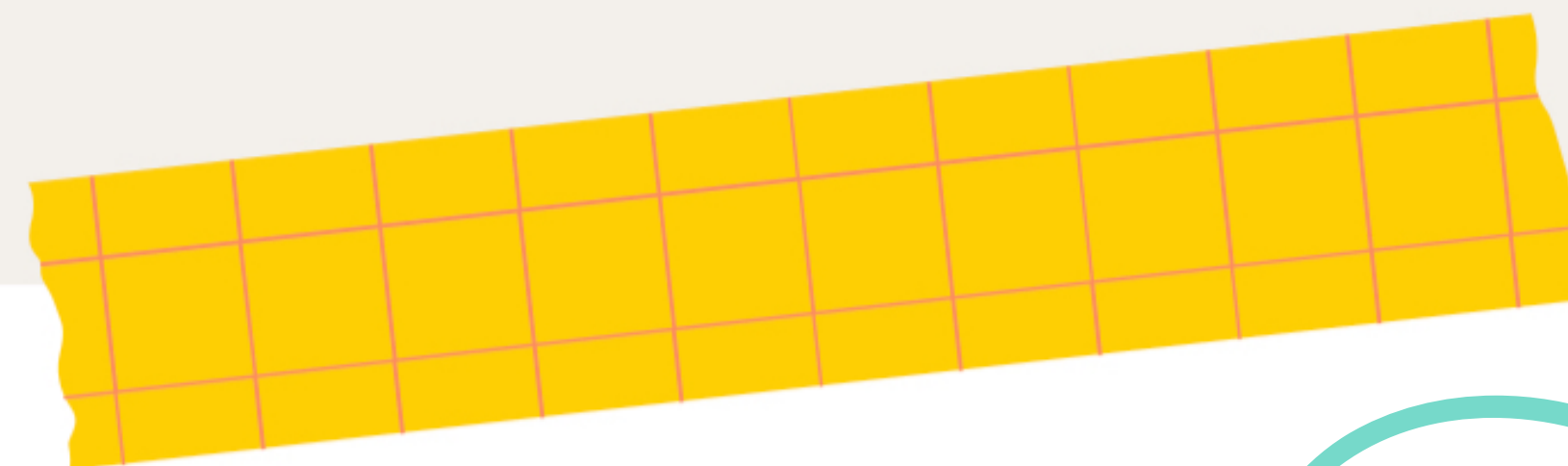




مهارة سابقة



hasnaa-2



التاريخ

الحصة

استراتيجية التصفح



صفحة
١٢



* * موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً * *

الأهداف:

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

المفردات

الدوال غير الخطية
 الدالة التربيعية
 الصورة القياسية
 القطع المكافئ
 محور التماثل
 الرأس
 القيمة الصغرى
 القيمة العظمى
 متمائل

صفحة

١٢

مرادف كلمة التمثيل

جدول التعلم

ماذا تعلمنا

ماذا سنتعلم

ماذا نعرف

أحل التمثيلات البيانية
 الدوال التربيعية
 أمثل الدوال التربيعية
 بيانياً

تمثيل
 الدوال
 الخطية بيانياً

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل ٨
الدوال التربيعية

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

لماذا ؟



تُعد نافورة الملك فهد في جدة أعلى نافورة من نوعها في العالم، إذ يصل ارتفاعها إلى ٣١٢ مترًا، وتقدم عرضًا رائعًا لحركة المياه والضوء، ويمكن تمثيل حركة المياه بمعادلات تربيعية. كما يمكنك استعمال التمثيلات البيانية لهذه المعادلات لتوضيح مسار المياه.

■ هل ص = ٨س - ٩س - ٥ معادلة خطية ؟ فسر ذلك

■ هل يمثل مسار مياه النافورة بخط مستقيم ؟

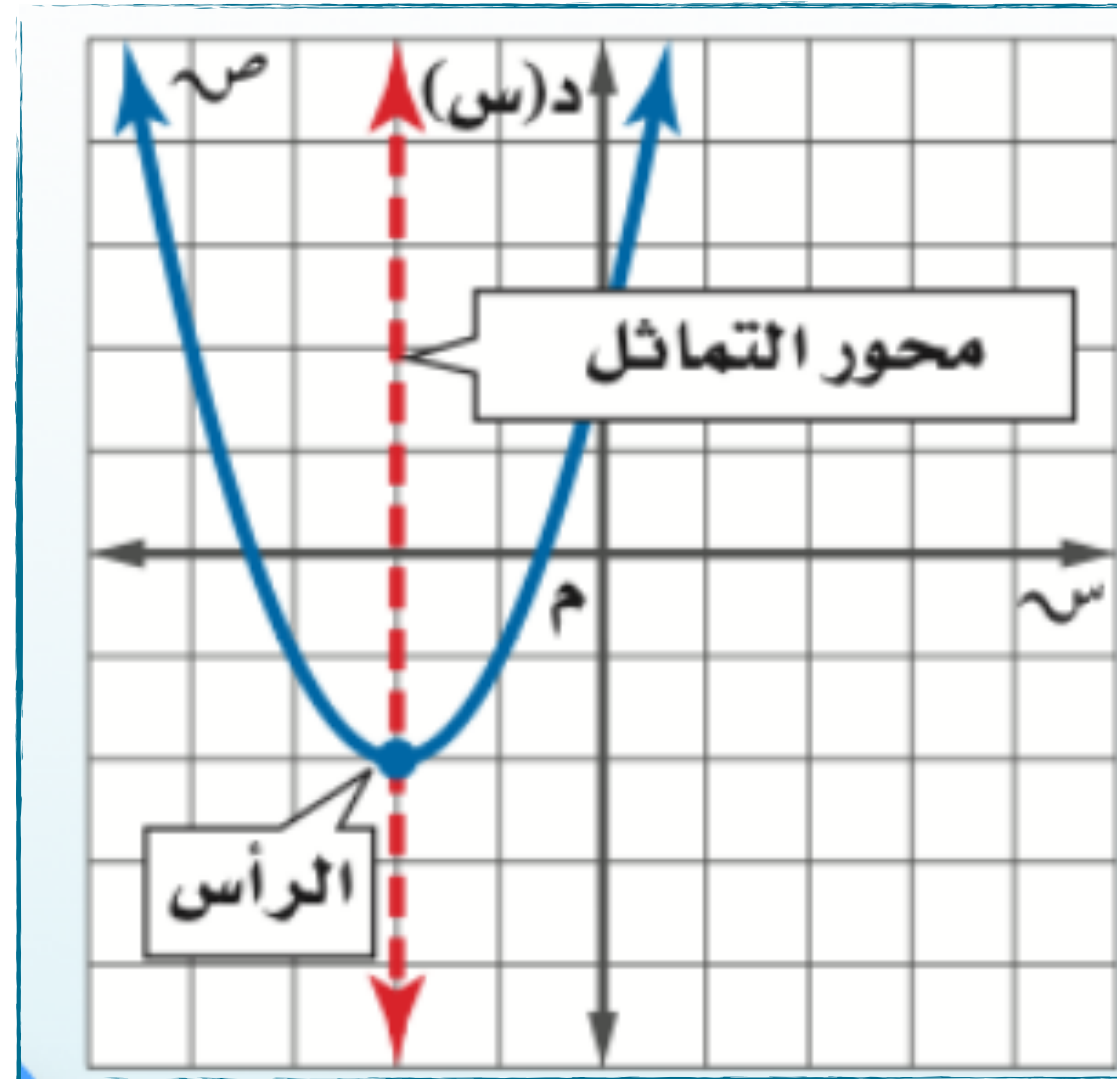
■ كيف تصف شكل الماء عندما ينطلق ؟



العصف الذهني



- * **خصائص الدوال التربيعية:** درست سابقاً الدوال الخطية، وهناك أيضاً دوال غير خطية تختلف أشكال تمثيلاتها البيانية. **فالدوال التربيعية** مثلاً هي دوال غير خطية، ويمكن كتابتها على الصورة $D(s) = As^2 + Bs + C$ ، حيث $A \neq 0$ ، وتُسمى هذه الصورة **بالصورة القياسية** للدالة التربيعية، ويسمى التمثيل البياني للدالة التربيعية **قطعاً مكافئاً**. وتتماثل القطوع المكافئة حول خط يتوسطها يُسمى **محور التماثل**، يقطع القطع في نقطة واحدة تُسمى **الرأس**.



الدالة المولدة (الأم):
الصورة القياسية:
شكل التمثيل:
محور التماثل:
المقطع الصادي:

$D(s) = As^2 + Bs + C$
قطع مكافئ
 $s = -\frac{B}{2A}$
جـ





التمثيل البياني للقطع المكافئ :



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل ٨
الدوال التربيعية

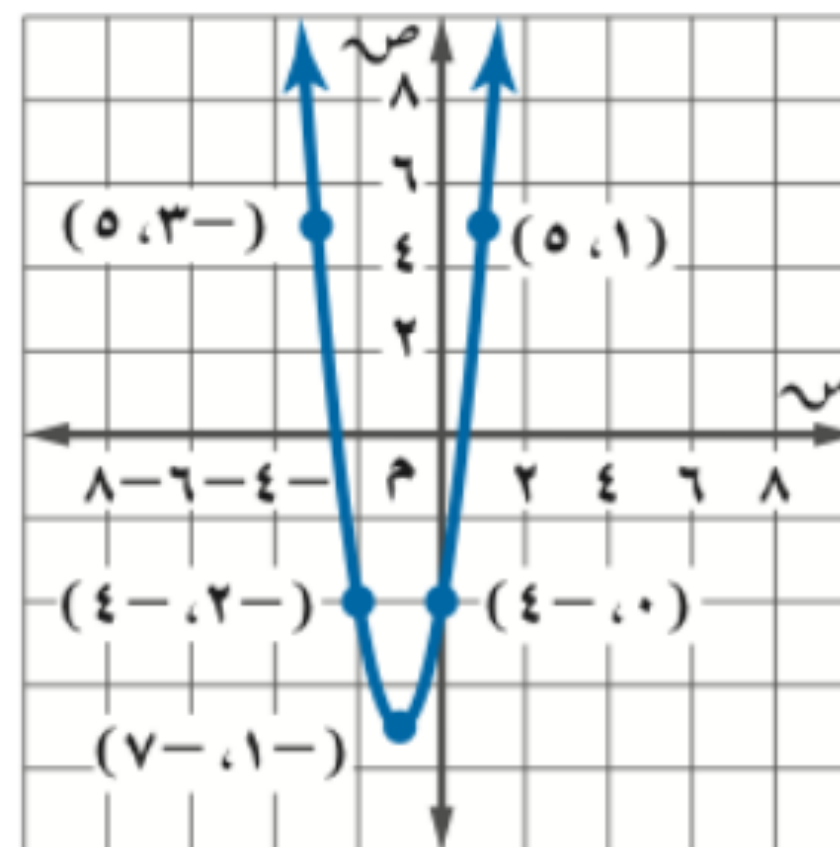
الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

مثال

استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة $ص = ٣س + ٢س - ٦س - ٤$ بيانياً، وحدد مجالها ومداها.

مثل الأزواج المرتبة بيانياً، ثم صل بينها بمنحنى.
يمتد التمثيل البياني للقطع المكافئ إلى ما لا نهاية
من كلا طرفيه، ومجال الدالة هو جميع الأعداد
الحقيقية، ومداها هو $\{ص | ص \leq -٧\}$ ؛ لأن
القيمة الصغرى هي -٧ .



س	ص
١	٥
٠	٤-
١-	٧-
٢-	٤-
٣-	٥

التركيز

التدريس

التدريب

التقويم

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

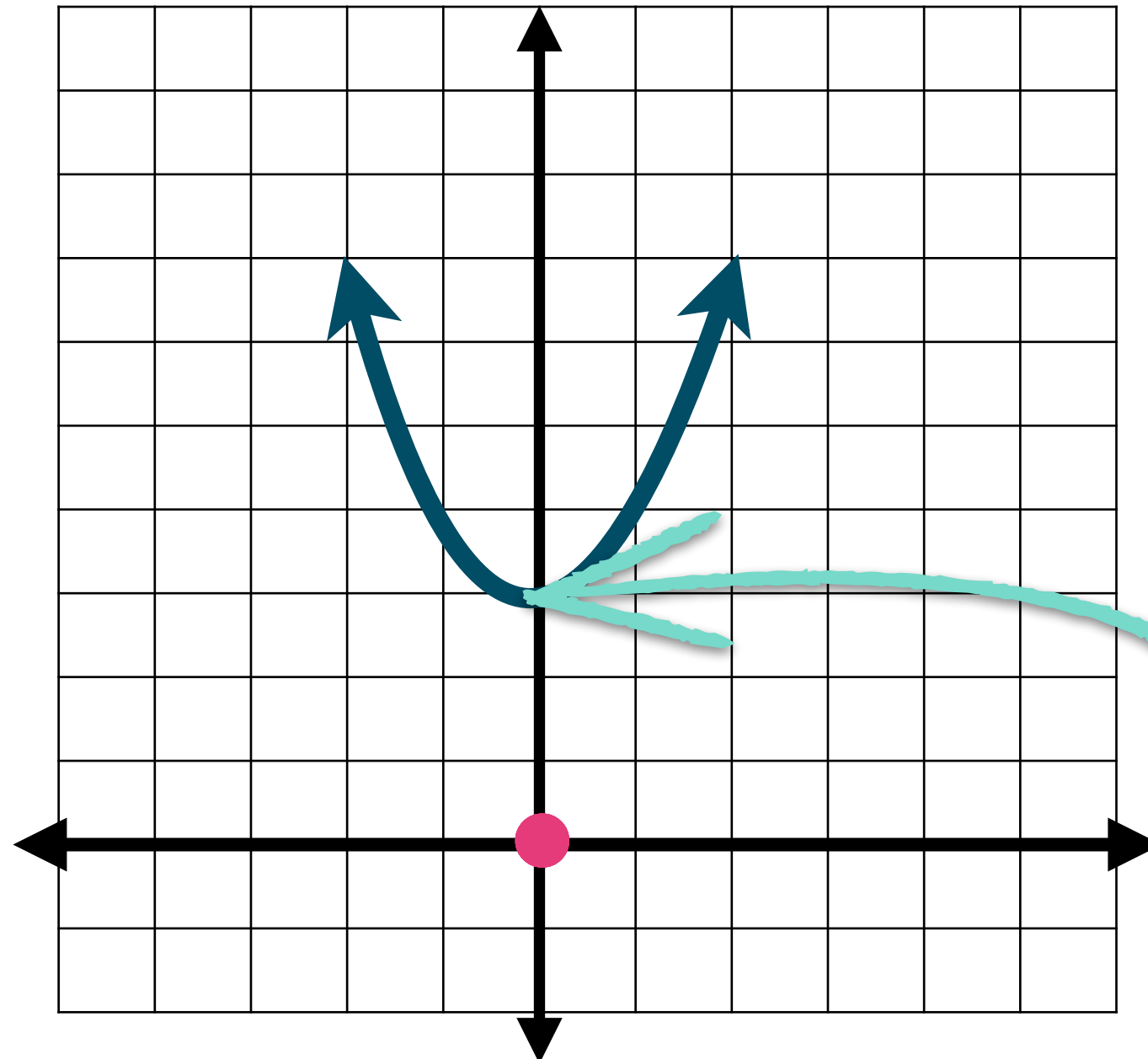
- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق منه فهمك

استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة $S = 3 + 2$ بيانياً، وحدد مجالها ومداها.

المجال هو
مجموعة الأعداد
الحقيقة ح

المدى
 $\{S \leq 3\} =$



ص	س
٧	٢-
٤	١-
٣	٠
٤	١
٧	٢

تعلم الأقران

فكر
زواج
شارك

التركيز

التدريس

التدريب

التقويم

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تأكد

استعمل جدول القيم، لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانياً، وحدد مجالها ومداهما:

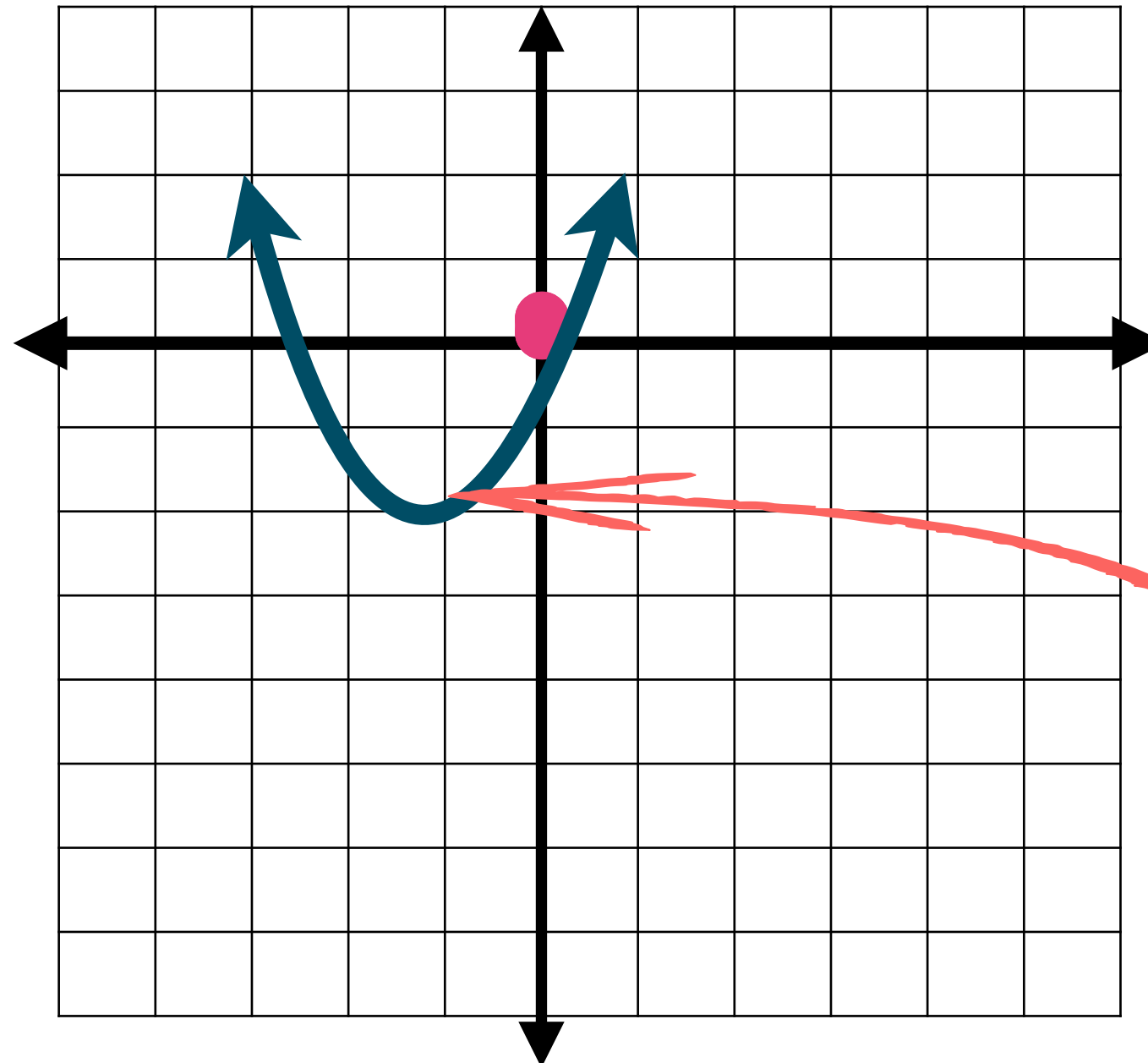
$$ص = س^2 + ٢س - ١$$

٢

المجال هو
مجموعة الأعداد
الحقيقة ح

المدى

$$ص \geq -٢$$



س	ص
-٣	٢
-٢	١
-١	-٢
٠	-١
١	٢

التعلم الذاتي

- التركيز
- التدريس
- التدريب
- التقويم



hasnaa-2



تحديد خصائص القطع المكافئ من تمثيله البياني

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

مثال

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي :

الخطوة ١ : أوجد الرأس.

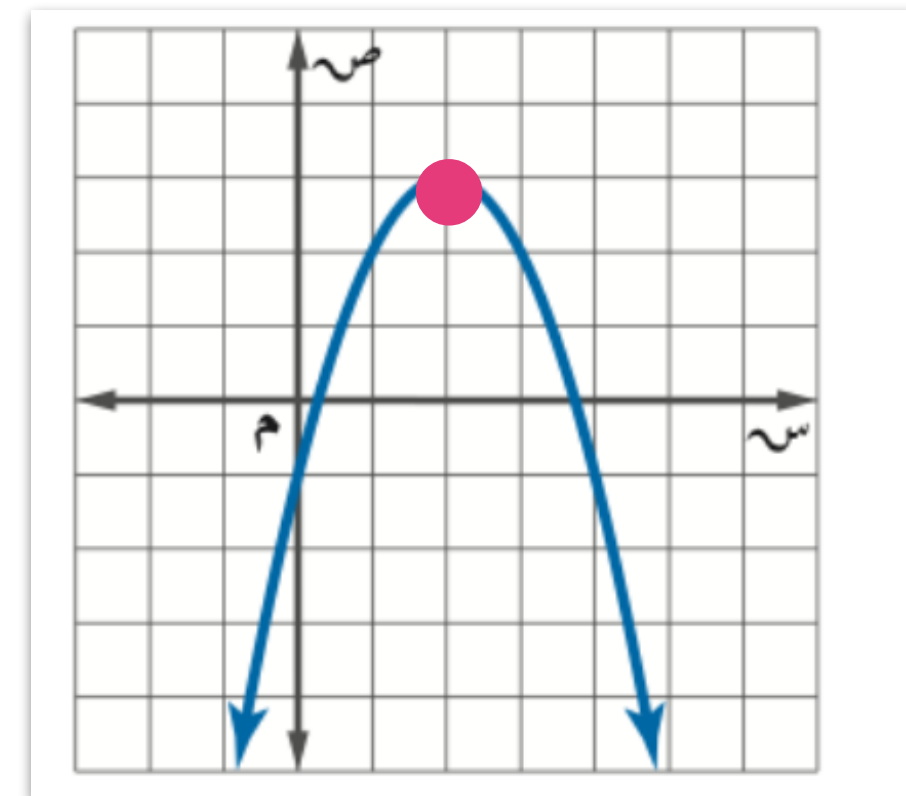
بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل فالرأس يمثل
النقطة العظمى له وهي $(٣, ٢)$.

الخطوة ٢ : أوجد محور التماثل.

بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس،
ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين؛ لذا تكون معادلة
محور التماثل هي $س = ٢$.

الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.

بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
 $(٠, ١-)$ ؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -١ .



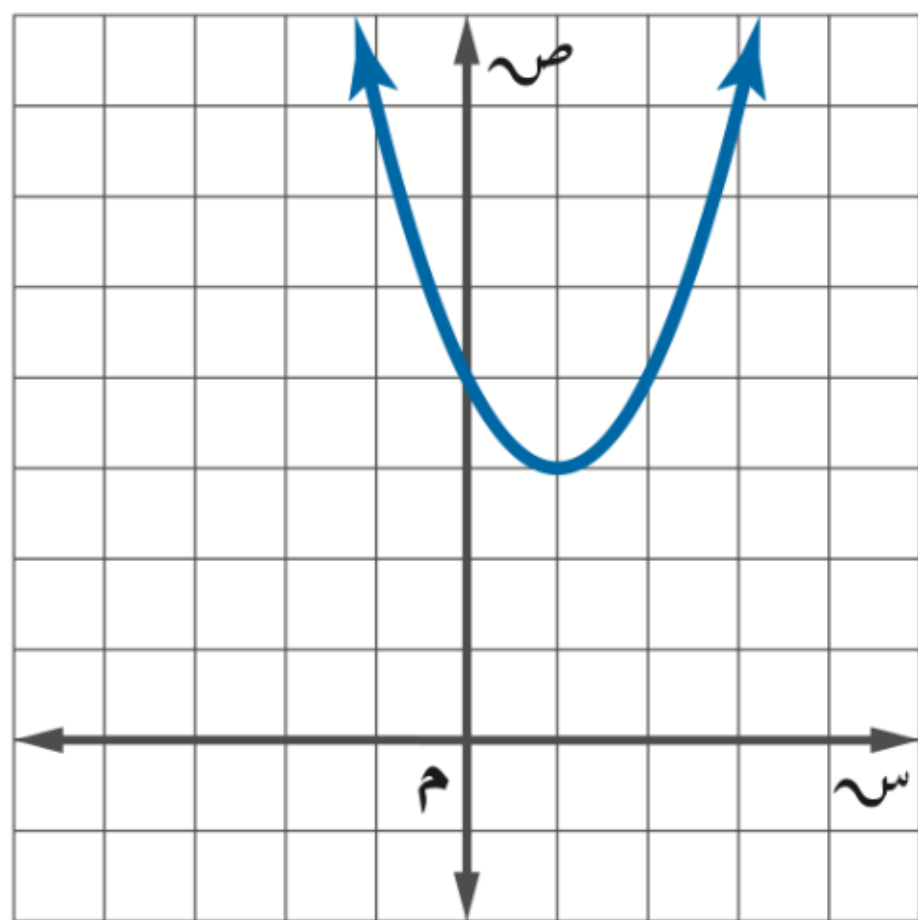
موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

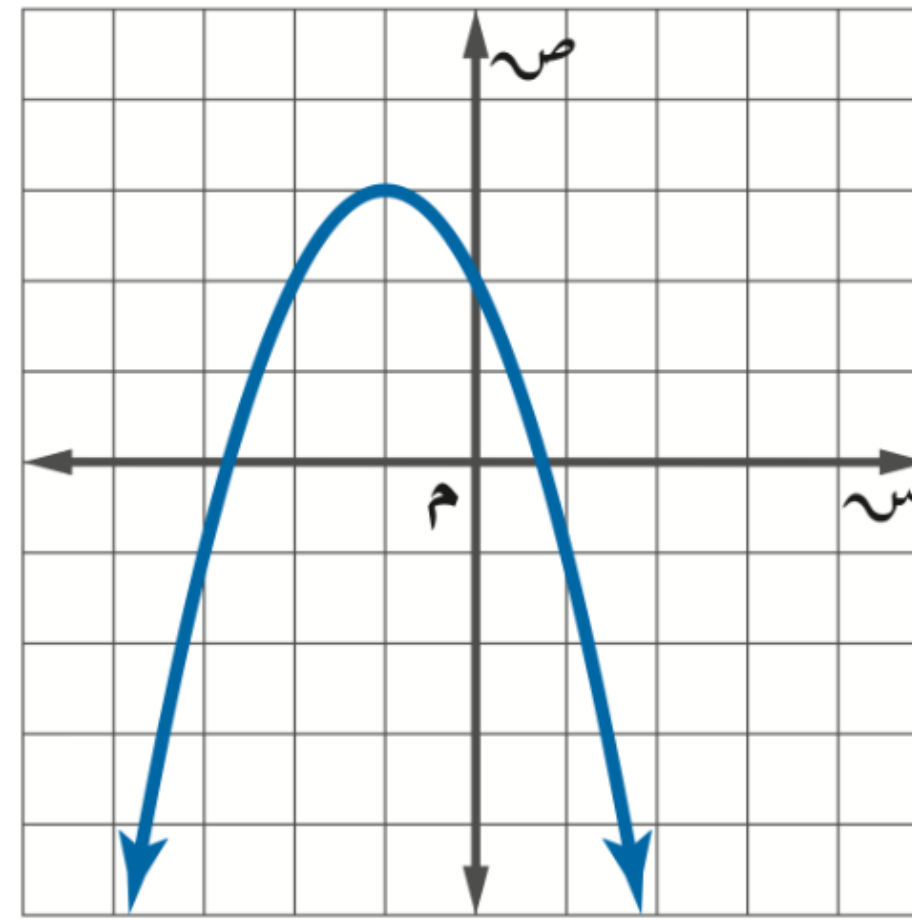
تحقق منه فهمك

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:



أ٢

الرأس
معادلة محور التماثل
المقطع الصادي



أ٢

الرأس
معادلة محور التماثل
المقطع الصادي

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

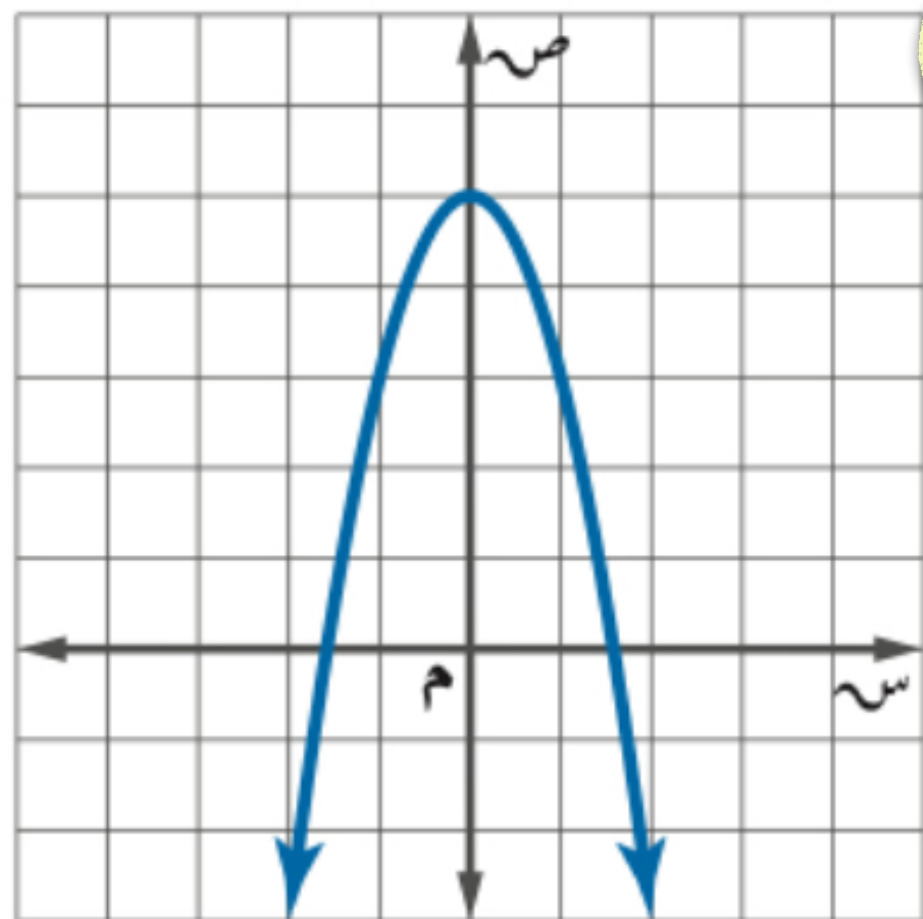
- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

التعلم الذاتي

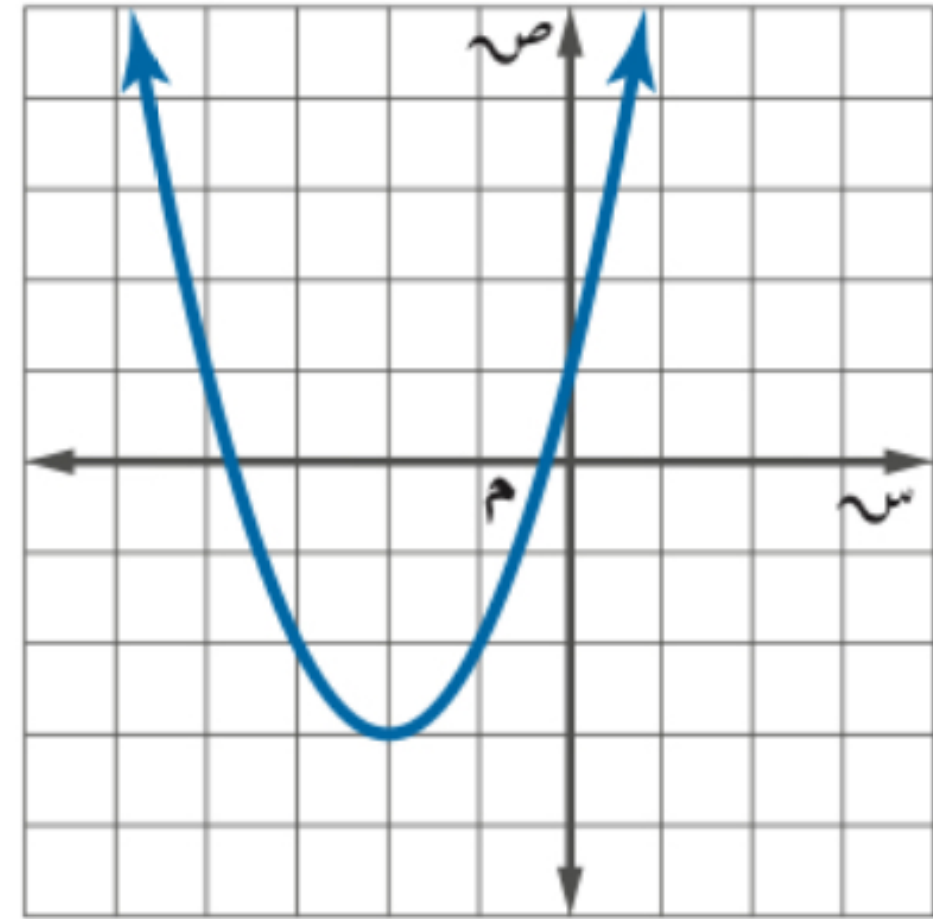
- التركيز
- التدريس
- التدريب
- التقويم

تأكد

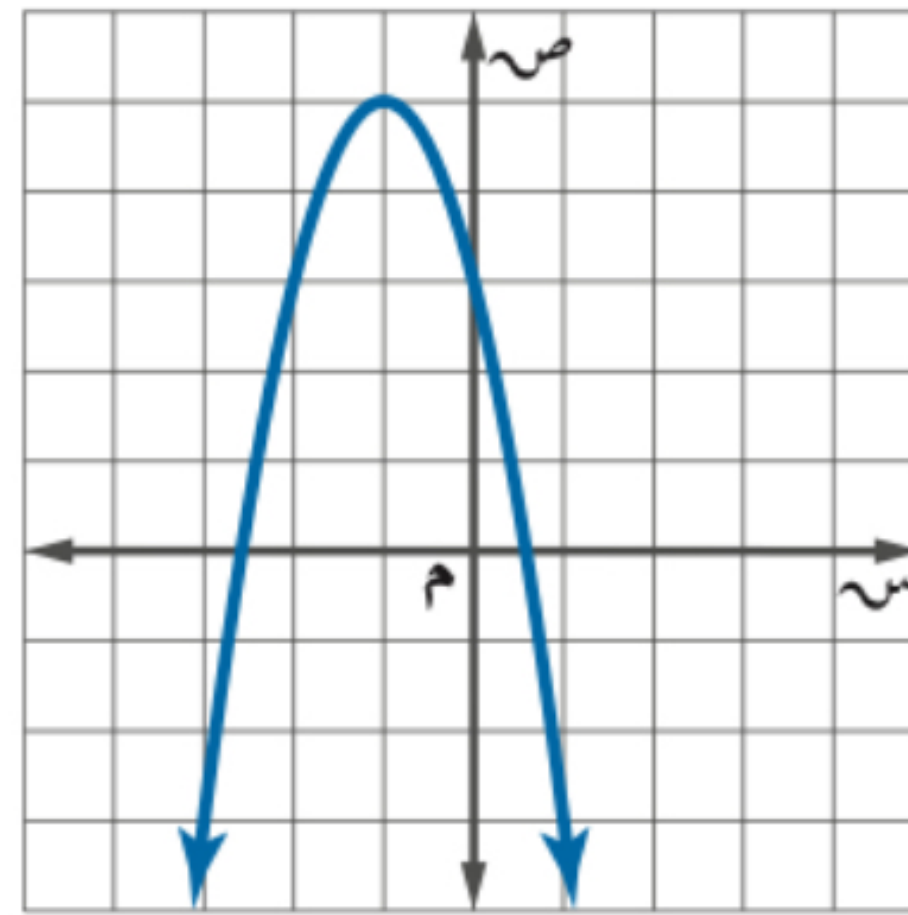
أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:



الرأس
معادلة محور التماثل
المقطع الصادي



الرأس
معادلة محور التماثل
المقطع الصادي



الرأس
معادلة محور التماثل
المقطع الصادي



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

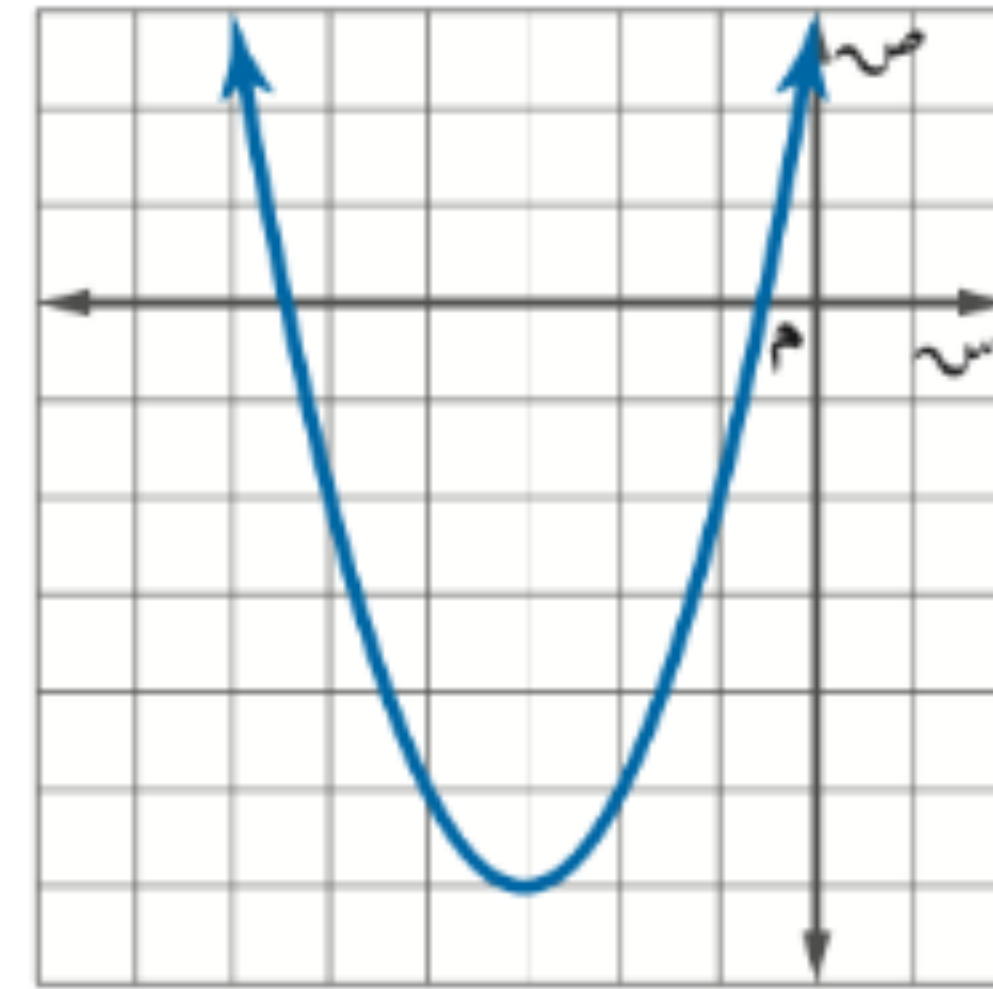


الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تدرب وحل المسائل

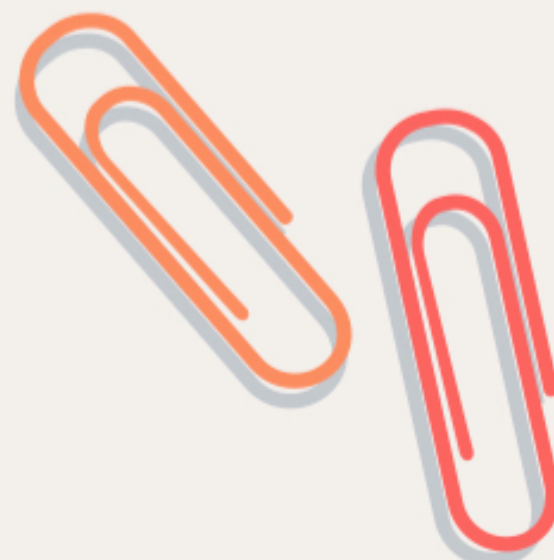
أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:



- التركيز
- التدريس
- التدريب
- التقويم



تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

مثال

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للدالة: $ص = ٢س^٢ + ٤س - ٣$

صيغة معادلة محور التماثل

$$س = -\frac{ب}{٢أ}$$

$$أ = ٢، ب = ٤، بسط$$

$$س = -\frac{٤}{٢ \times ٢} = -١$$

معادلة محور التماثل هي $س = -١$.

ولإيجاد إحداثي الرأس، خذ القيمة الناتجة من معادلة محور التماثل، واعتبرها إحداثياً سينياً لرأس القطع المكافئ، ثم عوضها في معادلة القطع المكافئ لإيجاد الإحداثي الصادي.

المعادلة الأصلية

$$ص = ٢س^٢ + ٤س - ٣$$

$$س = -١، بسط$$

$$= ٢(-١)^٢ + ٤(-١) - ٣ = -٥$$

الرأس هو $(-١، -٥)$ ، وبما أن المقطع الصادي هو عند النقطة $(٠، -٣)$ دائماً؛ لذا فالمقطع الصادي هو -٣ .

وزارة التعليم
Ministry of Education



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تعلم الأقران



التركيز

التدريس

التدريب

التقويم

تحقق منه فهمك

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي

$$\text{أ} \quad ٣ \text{ ص} = ٢ \text{ س}^٢ + ٢ \text{ س} + ٢$$

$$\text{ب} \quad ٣ \text{ ص} = ٣ \text{ س}^٢ + ٦ \text{ س} - ٥$$



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تأكد

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٩ ص = $4s^2 - 8s + 9$

٨ ص = $4s^2 - 4s + 5$

٧ ص = $2s^2 + 2s + 1$

التعلم الذاتي

التركيز

التدريس

التدريب

التقويم



مهارة تفكير عليا

١٩

٣٥) **اكتشف الخطأ:** تحاول عبير ومنى إيجاد محور التماثل للقطع المكافئ، فأيهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

عبير

$$ص = س^2 - ٤س + ٦$$

$$س = \frac{٦}{٢}$$

$$س = \frac{٤}{(١-٢)}$$

$$س = ٢$$

منى

$$ص = س^2 - ٤س + ٦$$

$$س = \frac{٦}{٢}$$

$$س = \frac{٤}{(١-٢)}$$

$$س = ٢$$



hasnaa-2



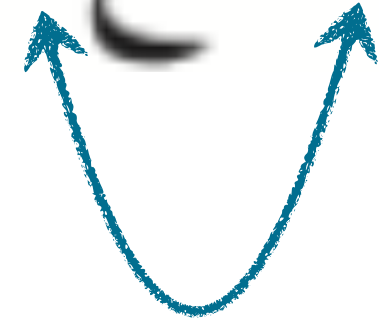
فروق عامة بين الدوال الخطية و الدوال التربيعية*

الدوال التربيعية

$$ص = أ س^2 + ب س + ج$$

الدرجة الثانية

قطع مكافئ

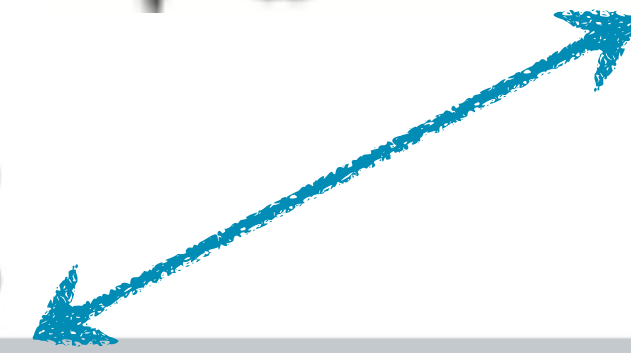


الدوال خطية

$$ص = أ س + ب$$

الدرجة الأولى.

خط مستقيم



الصورة القياسية

الدرجة

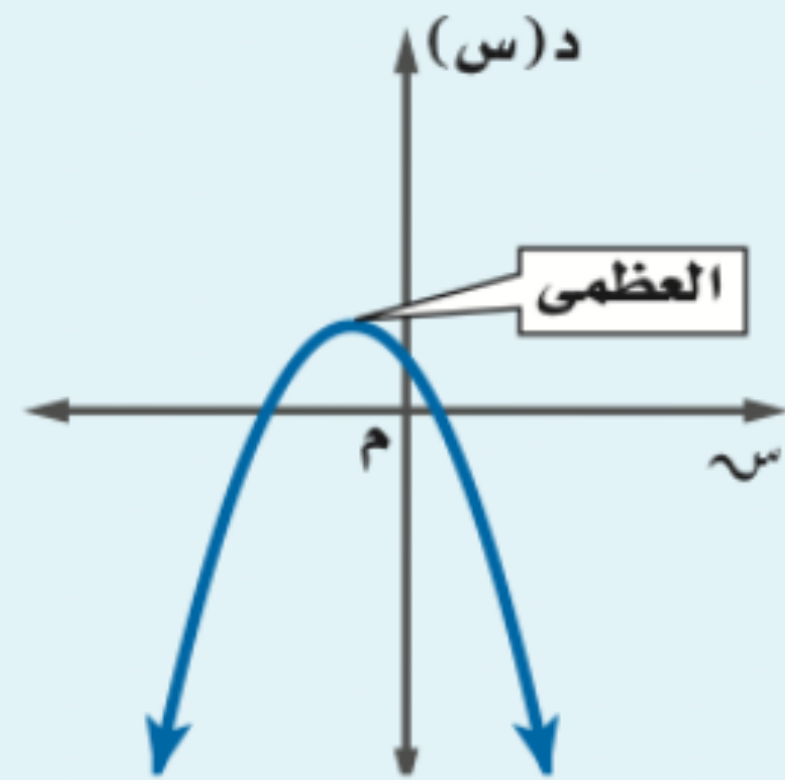
التمثيل البياني

القيم العظمى والقيم الصغرى

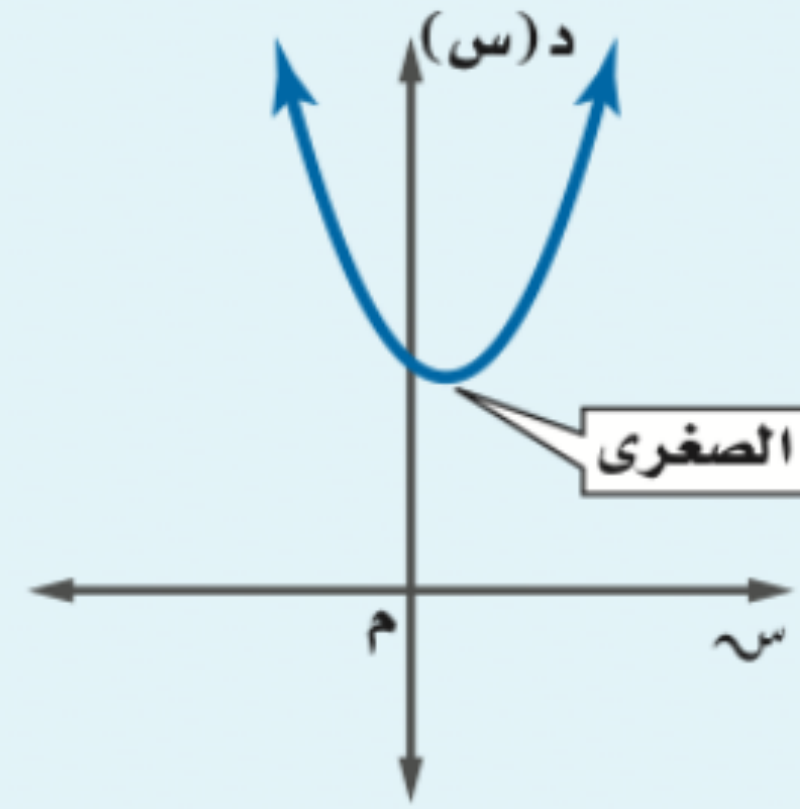
التعبير اللفظي: يكون التمثيل البياني للدالة: $D(s) = As^2 + Bs + C$ ، حيث $A \neq 0$:

- مفتوحًا إلى أعلى وله قيمة صغرى عندما $A > 0$
- مفتوحًا إلى أسفل وله قيمة عظمى عندما $A < 0$
- مدى الدالة التربيعية هو جميع الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى إذا كانت $A > 0$ ، أو جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى إذا كانت $A < 0$.

أ سالبة



أ موجبة



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل ٨
الدوال التربيعية

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

مثال

لتكن د(س) = $2 - 2س + 4س - 6$.

في الدالة د(س) = $2 - 2س + 4س - 6$ ، أ = $2 -$ ، ب = $4 -$ ، ج = $6 -$.
بما أن أ عدد سالب فالتمثيل البياني يكون مفتوحاً إلى أسفل، ويكون للدالة قيمة عظمى.

(أ) حدّد إذا كان للدالة قيمة عظمى أم قيمة صغرى.

القيمة العظمى هي الإحداثي الصادي للرأس.

$$\frac{4}{(2-)^2} = \frac{ب-}{12} = 1- = 1-$$

الدالة الأصلية

$$س = 1 -$$

بسّط

$$د(1-) = (1-)2 - 2(1-) + 4(1-) - 6 = 8$$

$$د(1-) = 8$$

إذن، القيمة العظمى تساوي ٨

(ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة

(ج) حدد مجال الدالة ومداها.

المجال هو جميع الأعداد الحقيقية، والمدى هو جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى، أي $\{ص | ص \leq 8\}$.

التركيز
التدريس
التدريب
التقويم



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تعلم الأقران



التركيز

التدريس

التدريب

التقويم

تحقق منه فهمك

ليكن $d(s) = 2s^2 - 4s - 1$.

١٤) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة عظمى أم قيمة صغرى.

١٤ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.

١٤ج) حدّد مجال الدالة ومداها.



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

التعلم الذاتي



تأكد

$$ص = -س + ٢س + ١$$

أ حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.

ب أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

ج حدّد مجال الدالة ومداها.



01:00



٢٠

تدريب على الاختبارات الدولية

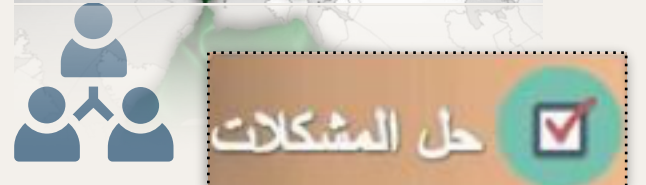
٤٠ ما مدى الدالة د (س) = -٤ س ٢ - $\frac{1}{3}$ ؟

(أ) جميع الأعداد الصحيحة التي تقل عن أو تساوي $\frac{1}{3}$

(ب) جميع الأعداد الصحيحة غير السالبة

(ج) جميع الأعداد الحقيقية

(د) جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي $\frac{1}{3}$

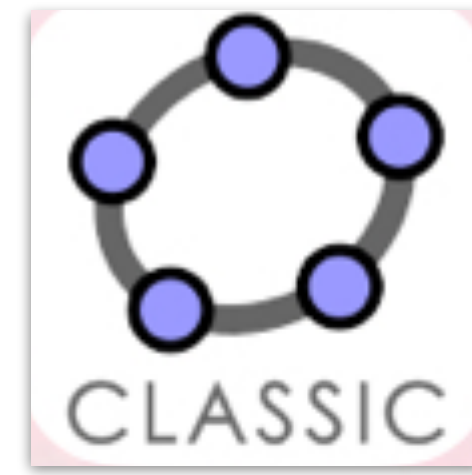
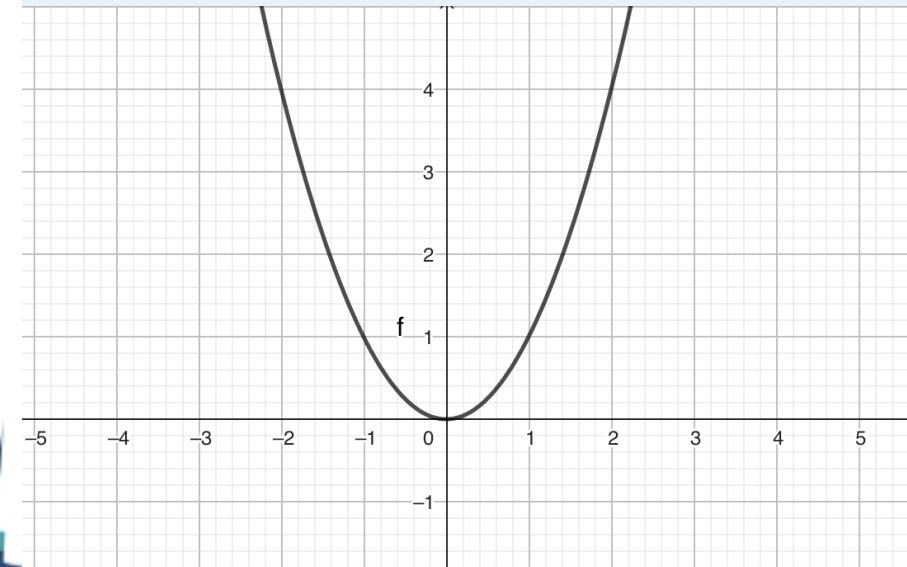


hasnaa-2



تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

- الخطوة ١ : أوجد معادلة محور التماثل.
- الخطوة ٢ : أوجد الرأس وحدّد إذا كان يمثل نقطة صغرى أم نقطة عظمى.
- الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.
- الخطوة ٤ : استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.
- الخطوة ٥ : صل بين النقاط بمنحنى.



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

مثال

مثل الدالة $د(س) = س^2 + ٤س + ٣$ بيانياً.

الخطوة ١ : أوجد معادلة محور التماثل.

$$س = \frac{-ب}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٤}{١ \times ٢}$$

$$س = -٢$$

صيغة معادلة محور التماثل

$$أ = ١، ب = ٤$$

بسط

الخطوة ٢ : أوجد الرأس، وحدّد فيما إذا كان يمثل نقطة صغرى أم عظمى.

$$ص = س^2 + ٤س + ٣$$

$$= (٢-)^2 + ٤(٢-) + ٣$$

$$= -١$$

$$س = -٢$$

بسط

يقع الرأس عند النقطة $(-٢، -١)$ ، وبما أن $أ$ موجبة، فالتمثيل يكون مفتوحاً إلى أعلى؛ لذا يمثل الرأس قيمة صغرى.

الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.

$$ص = س^2 + ٤س + ٣$$

$$= (٠)^2 + ٤(٠) + ٣$$

$$= ٣$$

المقطع الصادي يساوي ٣.

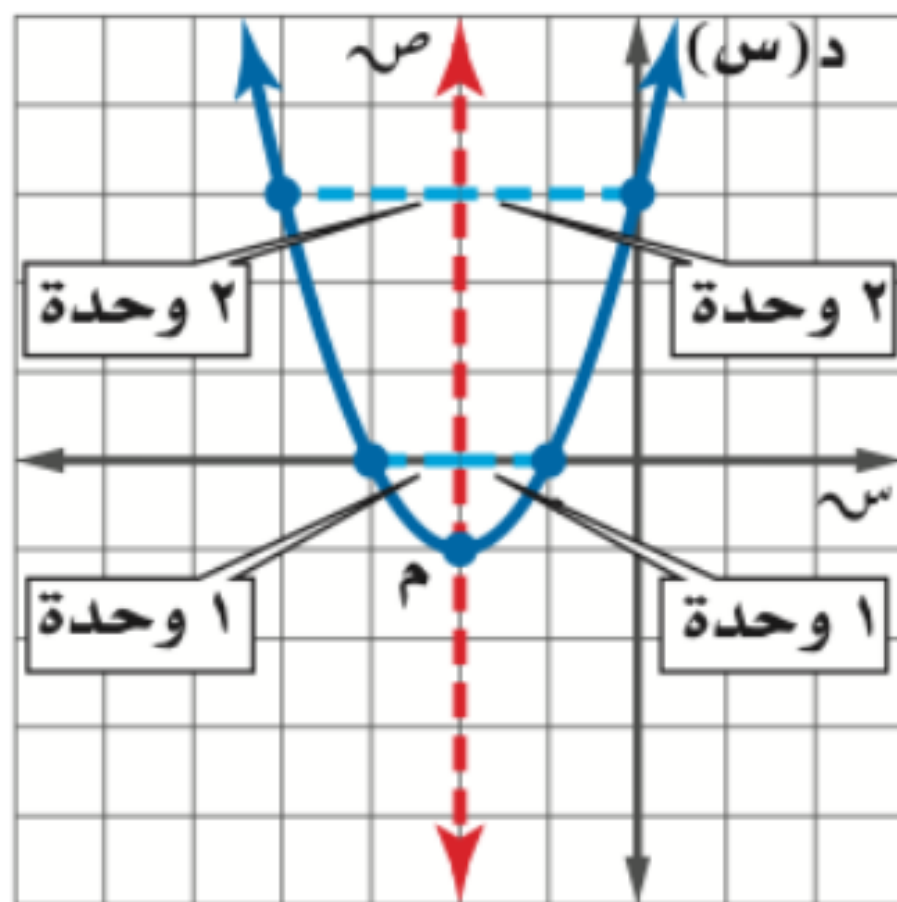
المعادلة الأصلية

$$س = ٠$$

بسط

الخطوة ٤ : يقسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متطابقين، لذا فإنه لكل نقطة على أحد الجزأين توجد نقطة تناظرها في الجزء الآخر، وتبعد المسافة نفسها عن المستقيم الذي يمثل محور التماثل، وللنقطتين الإحداثي الصادي نفسه

الخطوة ٥ : صل بين النقاط بمنحنى.





موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



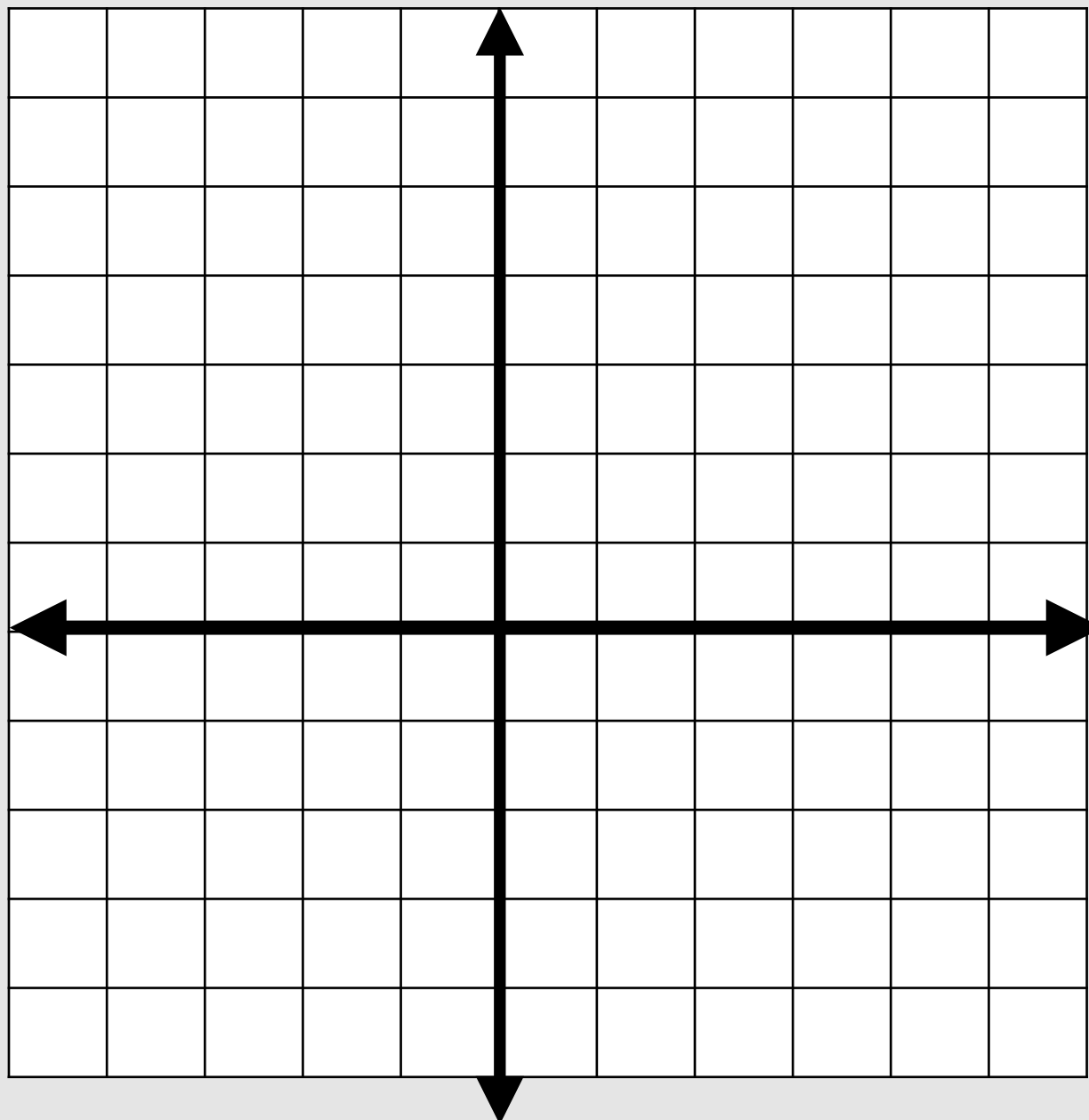
الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق منه فهمك

هـ ب

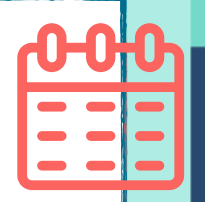
مثل الدالة $D(s) = 3s^2 - 6s + 2$



- التركيز
- التدريس
- التدريب
- التقويم



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا



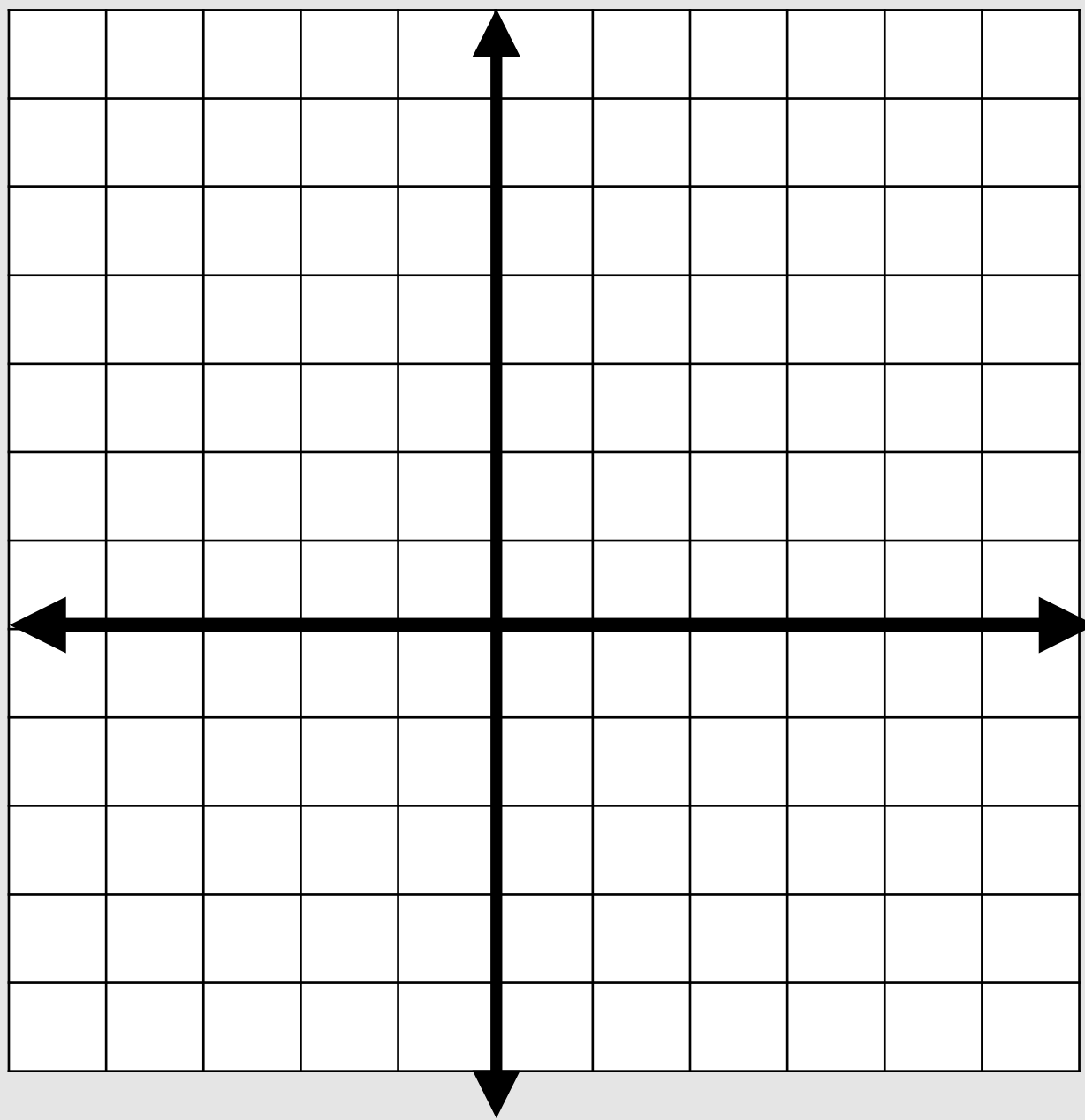
١٧

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًا:

تأكد

١٤

$$د(س) = -٢س^٢ + ٤س + ١$$



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانيًا

التعلم الذاتي

- التركيز
- التدريس
- التدريب
- التقويم

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الأهداف

- أحل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

مثال من واقع الحياة



الربط مع الحياة

أنشئت الجمعية السعودية للعلوم الفيزيائية في جامعة الملك خالد عام ١٤٢٢هـ؛ لتهيئة سبل التواصل بين المهتمين بمجالات العلوم الفيزيائية المختلفة، من خلال عقد وتنظيم الندوات والمؤتمرات في مجال العلوم الفيزيائية.

فيزياء: عرضت الجمعية السعودية للعلوم الفيزيائية فيلمًا لإطلاق نموذج صاروخ، حيث يمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ عن الأرض بالأقدام بعد (س) ثانية بالدالة $f(s) = -13s^2 + 130s + 312$.

(أ) مثل الدالة بيانياً.

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4(-13)(312)}}{2(-13)}$$

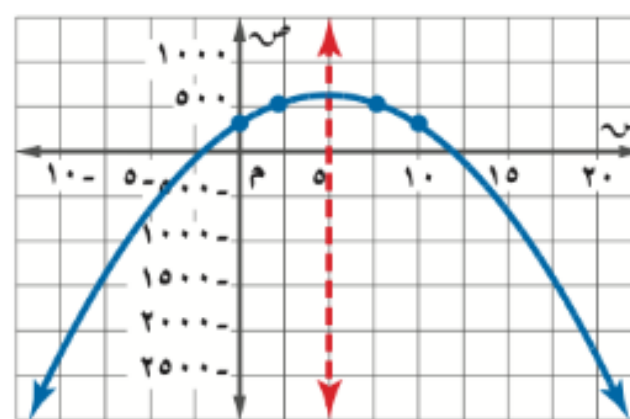
بما أن معادلة محور التماثل $s = 5$ ؛ لذا فالإحداثي السيني للرأس هو ٥.

$$ص = -13s^2 + 130s + 312$$

$$ص = -13(5)^2 + 130(5) + 312$$

$$ص = -325 + 650 + 312 = 637$$

الرأس هو (٥، ٦٣٧).



ولتجد نقطة أخرى، اختر $s = 0$ وعوّض ذلك في الدالة الأصلية، فتكون النقطة الجديدة هي (٠، ٣١٢)، وتكون النقطة المقابلة لها على الطرف الآخر لمحور التماثل هي (١٠، ٣١٢).

كرّر هذه العملية واختر $s = 2$ لتحصل على النقطة (٢، ٥٢٠)، وتكون النقطة المقابلة لها (٨، ٥٢٠)، ثم صل بين هذه النقاط بمنحنى.

(ب) ما الارتفاع الذي أطلق منه الصاروخ؟

أطلق الصاروخ عندما كان الزمن صفراً، أو عند المقطع الصادي للدالة، أي من على ارتفاع ٣١٢ قدماً عن الأرض.

(ج) ما أقصى ارتفاع يصله الصاروخ؟

القيمة العظمى للارتفاع تقع عند الرأس؛ لذا يصل الصاروخ إلى أقصى ارتفاع له ٦٣٧ قدماً بعد خمس ثوانٍ من بدء الانطلاق.

موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل ٨
الدوال التربيعية

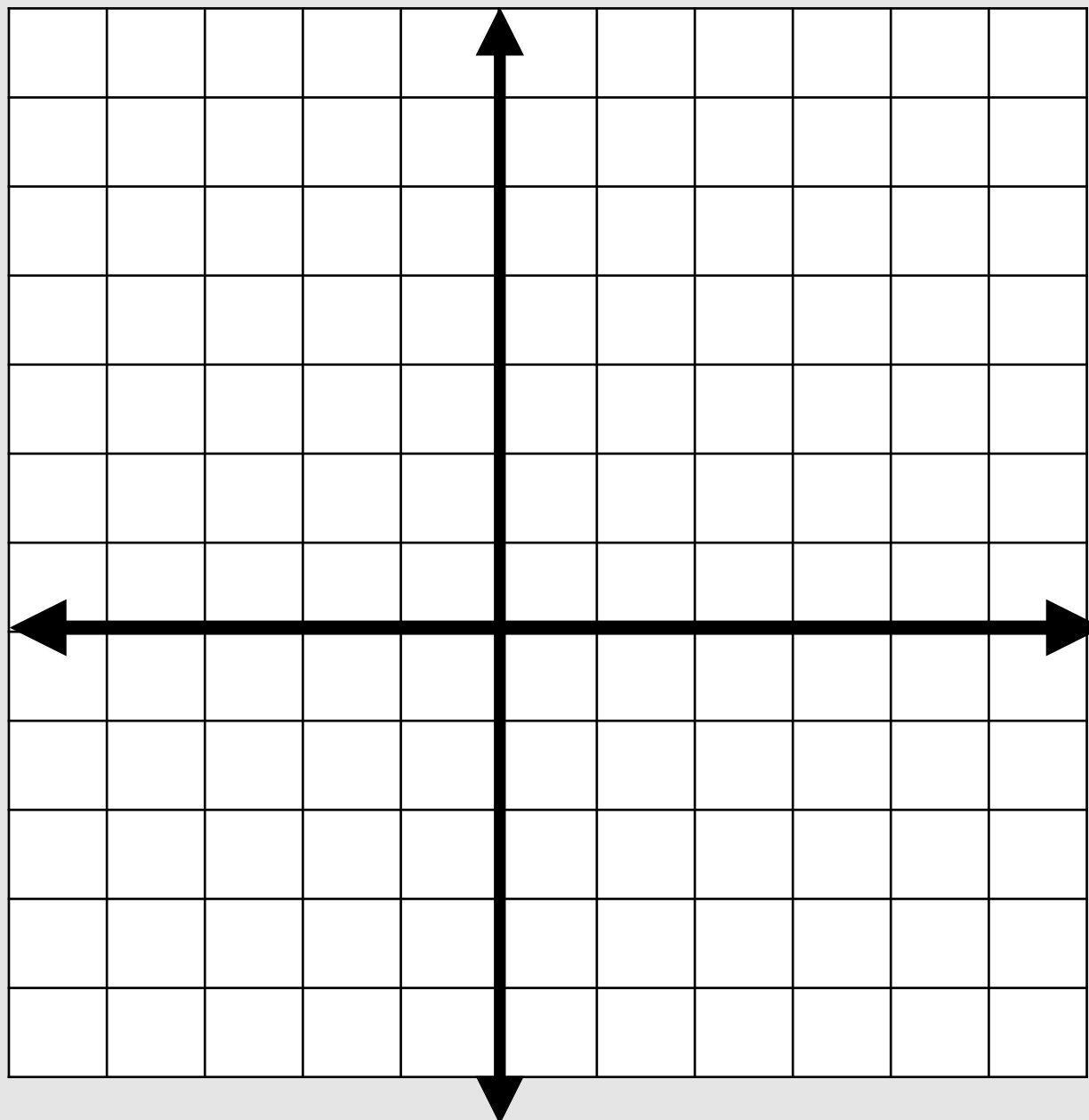
الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً

تحقق منه فهمك

ارمي الرمح: يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة $v = -16s^2 + 64s + 6$.

أ) مثل مسار هذا الرمح بيانياً.



تعلم الأقران

فكر
زاوج
شارك

التركيز

التدريس

التدريب

التقويم



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحلل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق منه فهمك

ارمي الرمح: يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة $v = -16s^2 + 64s + 6$.

(ب) ما الارتفاع الذي أُطلق منه الرمح؟

(ج) ما أقصى ارتفاع يصله الرمح؟



موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الفصل ٨
الدوال التربيعية

١٨

تدرب وحل المسائل

تقنية: أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يلي، ومثلها بيانياً باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

$$(٢٣) \quad ص = س^٢ + ٨س + ١٠$$

(أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أو قيمة عظمى.

(ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

(ج) حدّد مجال الدالة ومداها؟

الأهداف

أحلل التمثيلات البيانية
الدوال التربيعية
أمثل الدوال
التربيعية بيانياً





موضوع الدرس : تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الأهداف

- أحل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

الاستفسارات

الواجب

جدول التعلم

ماذا نعرف	ماذا سنتعلم	ماذا تعلمنا
تمثيل الدوال الخطية بيانياً	أحل التمثيلات البيانية الدوال التربيعية أمثل الدوال التربيعية بيانياً	الصورة القياسية للدالة التربيعية $d(x) = ax^2 + bx + c$ 

مدرستي
Madrasati

عزيزتي الطالبة
يمكنك زيارة قناة
عين التعليمية
للاستفادة



سُبْحَانَكَ اللَّهُمَّ وَبِحَمْدِكَ، أَشْهَدُ أَنْ لَا إِلَهَ إِلَّا أَنْتَ أَسْتَغْفِرُكَ وَأَتُوبُ إِلَيْكَ





@Maths0120

<https://linktr.ee/Refa2>



لاتنسوني من دعواتكم الصادقة

https://t.me/hasna_math

@hasnaa-2

