

سلسلة رفعة الرياضيات

حلول تحقق من

فهمك رياضيات 3

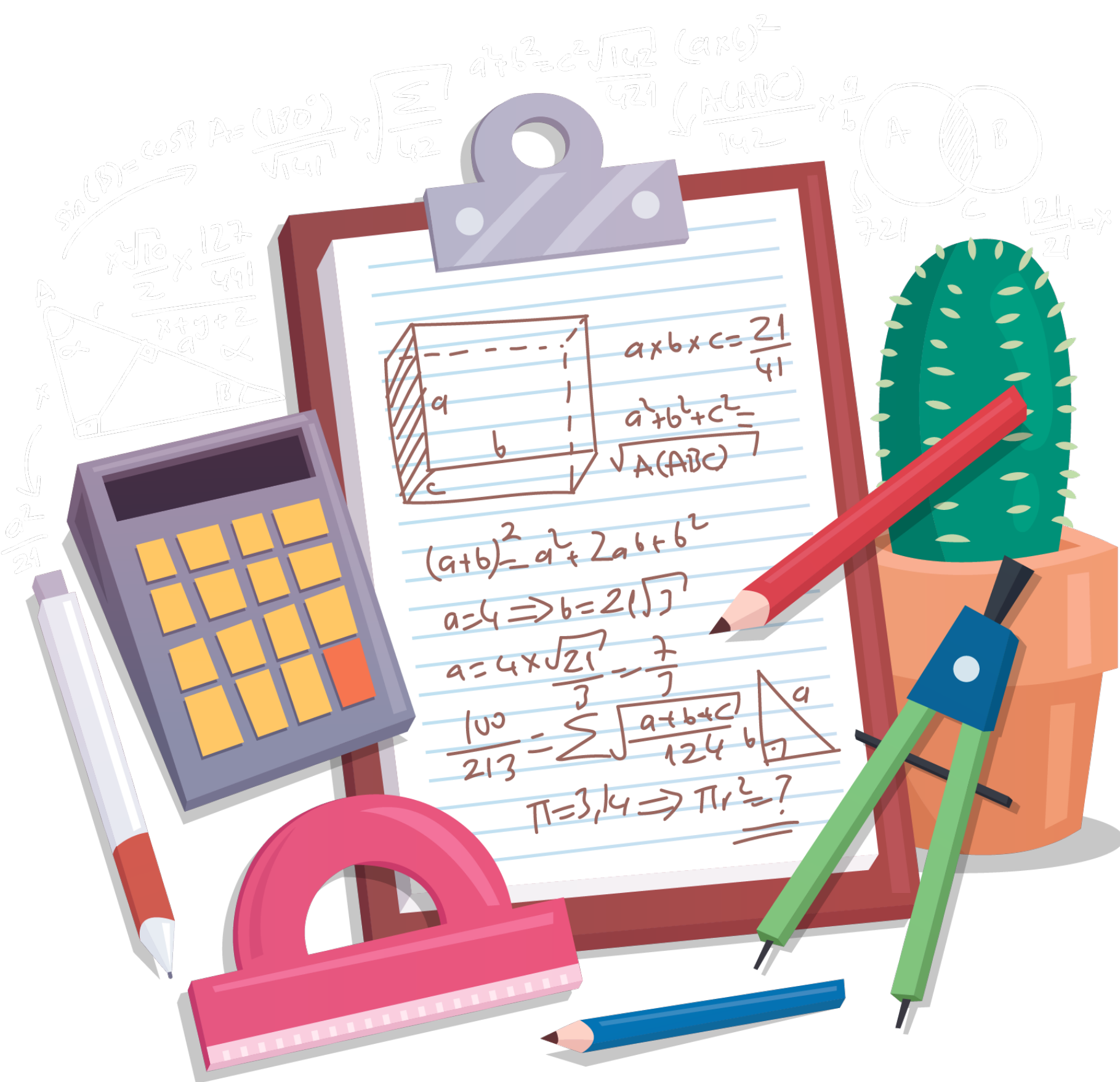
إعداد :

نورة الحربي

روحية السلمي

خالد الرجب

نسخة الكترونية مجانية لاتباع



بسم الله والحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علماً
يارب العالمين

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

السادة / نورة الحربي و روحية السلمي وخالد الـرجب

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم المرسوم بـ :

سلسلة رفعة الرياضيات (حلول تحقق من فهمك رياضيات ٣)

تحت رقم إيداع 1443/2738

تاريخ 1443/03/13

رقم الـردمك 978-603-03-9308-4

شكر و عرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة التي تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين والمبدعات شكراً لكم ، ولنا الفخر بأن نكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة .

جميع حسابات مجموعة رفعة



تطوير - إنتاج - توثيق



المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين،

أما بعد:

نبذة تعريفية لمجموعة رفعت

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، نقدم لكم " سلسلة رفعت الرياضيات

حلول تحقق من فهمك رياضيات ٣ "

وأرجو من الله أن تجدو فيها الفائدة .

الفهرس

01

الدوال
و
المتباينات

- التهيئة
- خصائص الأعداد الحقيقية .
- العلاقات و الدوال .
- دوال خاصة
- تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيا .
- حل أنظمة البيانات بيانيا .
- البرمجة الخطية والحل الأمثل .
- اختبار الفصل .

02 المصفوفات

- التهيئة .
- مقدمة في المصفوفات .
- العمليات على المصفوفات .
- ضرب المصفوفات .
- المحددات وقاعدة كرامر .
- النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية .
- اختبار الفصل .

03

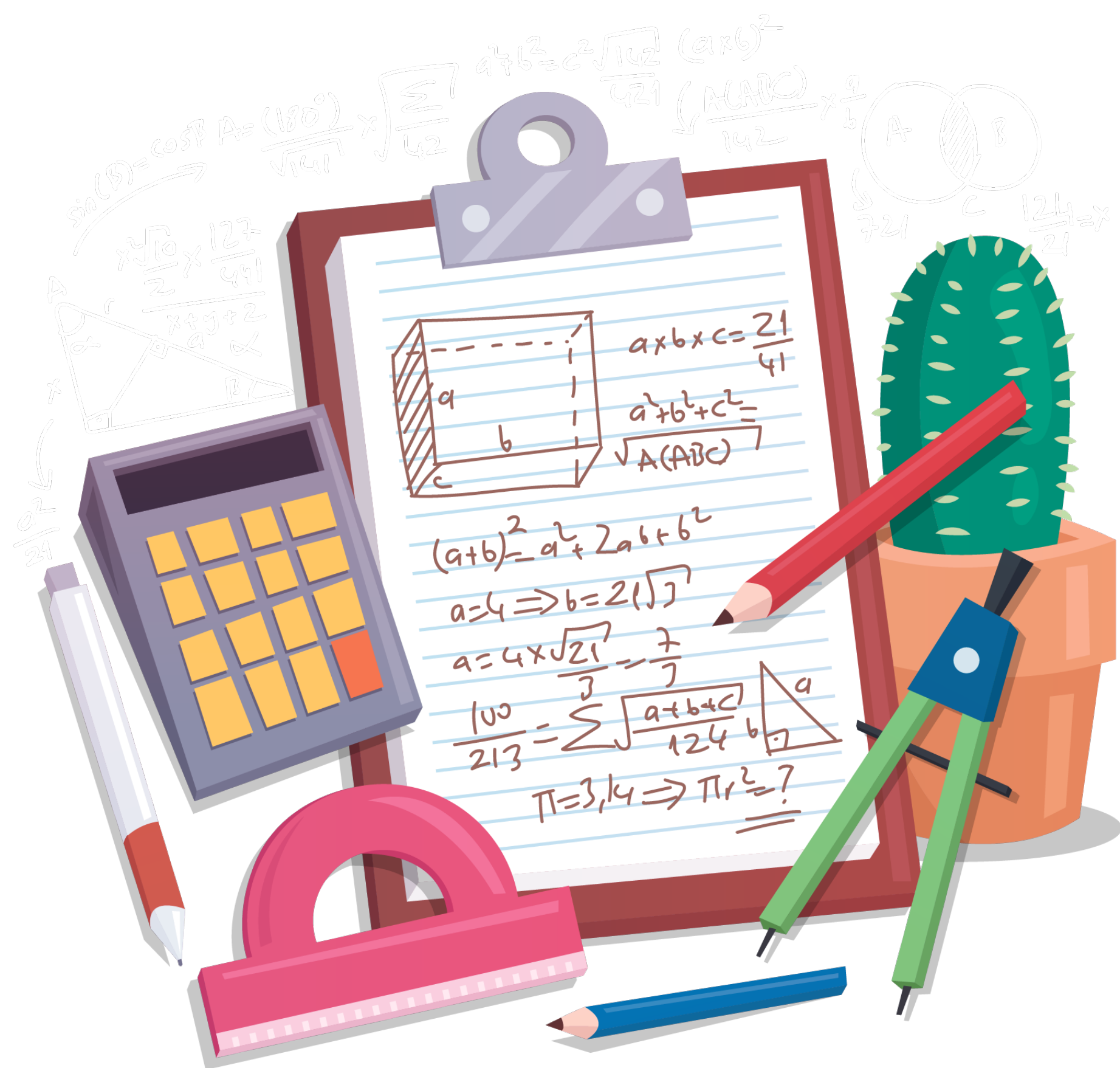
كثيرات الحدود
و
الدوال

- التهيئة .
- الأعداد المركبة .
- القانون العام والمميز .
- العمليات على كثيرات الحدود .
- نظريتا الباقي والعوامل .
- الجدور والأصفار .
- اختبار الفصل .

04

العلاقات و الدوال
العكسية والجزرية

- التهيئة .
- العمليات على الدوال .
- العلاقات والدوال العكسية .
- دوال ومتباينات الجذر التربيعي .
- الجذر النوني .
- العمليات على العبارات الجزرية .
- الأسس النسبية .
- حل المعادلات والمتباينات الجزرية .
- اختبار الفصل .



الدوال

و

المتباينات

تطوير - إنتاج - توثيق

ما الخاصية الموضحة في: $2(x + 3) = 2x + 6$ ؟

خاصية التوزيع

اوجد النظير الضربي والجمعي للأعداد التالي :

النظير الضربي	النظير الجمعي	العدد
$\frac{4}{5}$	-1.25	1.25
$\frac{2}{5}$	$-\frac{5}{2}$	$2\frac{1}{2}$

حدد مجموعات الاعداد التي ينتمي اليها كل من الاعداد مما يأتي :

-185 (1A)

R, Z, Q

$-\sqrt{49}$ (1B)

R, Q, Z

$\sqrt{95}$ (1C)

R, I

$-\frac{6}{7}$ (1D)

Q, R

بسط العبارة : $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$

$$\begin{aligned} & 3(4x - 2y) - 2(3x + y) \\ &= 3(4x) - 3(2y) - 2(3x) - 2(y) \\ &= 12x - 6y - 6x - 2y \\ &= 6x - 8y \end{aligned}$$

أعمال : يتقاضى احمد 20 ريالاً عن كل ساعة عمل في محل تجاري . فإذا كانت ساعات عمله في احد الأسابيع هي 3 , 4 , 3 , 4 ، فما المبلغ الذي حصل عليه أحمد في ذلك الأسبوع ؟

اليوم	ساعات العمل
الأحد	4
الاثنين	3
الثلاثاء	2.5
الأربعاء	3
الخميس	4

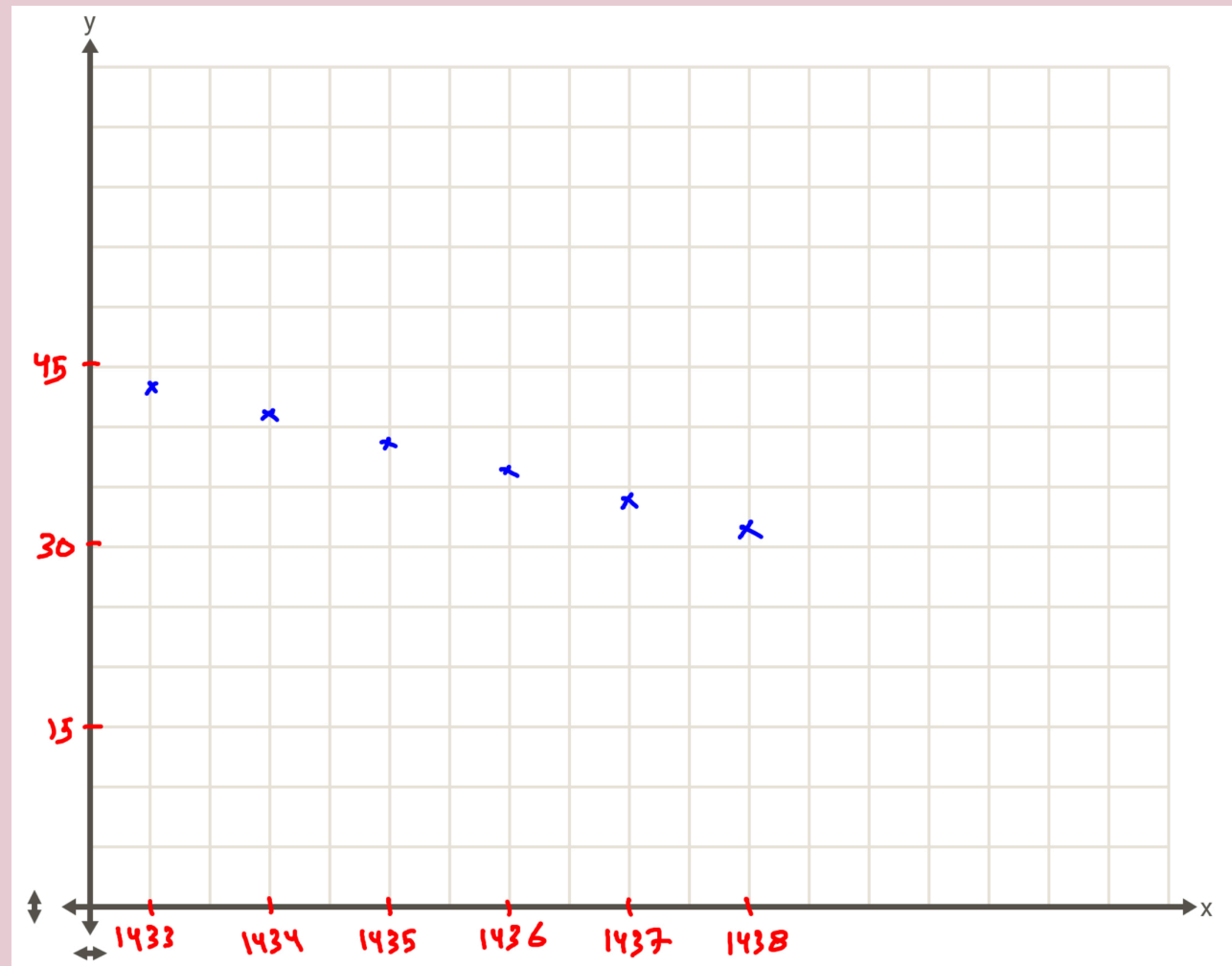
الحل :

يمكن إيجاد المبلغ الذي حصل عليه كمال في ذلك الأسبوع :

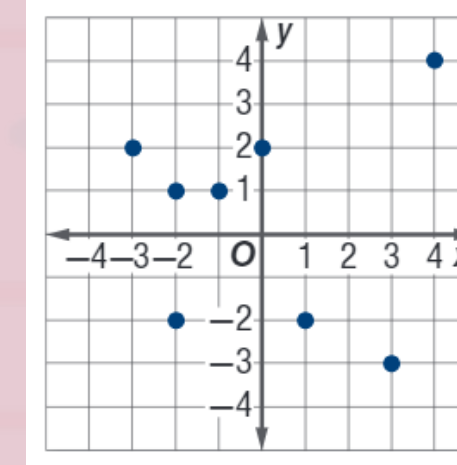
$$\begin{aligned} & 20(4) + 20(3) + 20(2.5) + 20(3) + 20(4) \\ &= 80 + 60 + 50 + 60 + 80 \\ &= 330 \text{ ريالاً} \end{aligned}$$

عمال : اذا كان عدد العاملين في احدى المؤسسات في الأعوام 1433 هـ الى 1438 هـ على الترتيب هو : 33 , 34 , 35 , 36 , 37 , 38 . مثل هذه البيانات بيانيا , وهل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة ام متصلة . وهل تمثل دالة ؟

علاقة منفصلة ، تمثل دالة



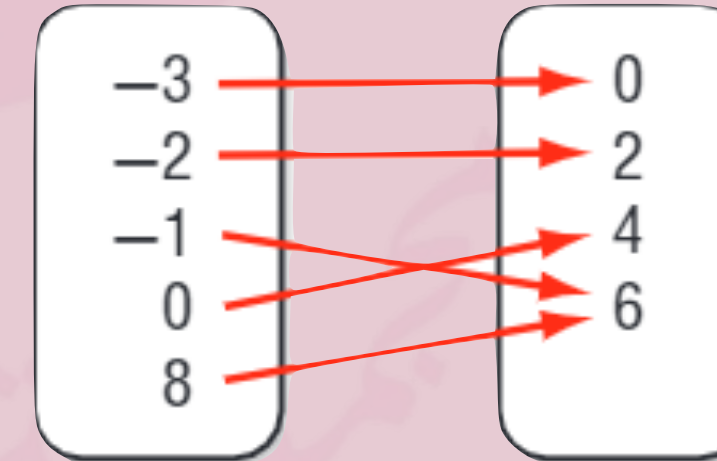
حدد مجال كل علاقة فيما يأتي ومدaha , وبين ما إذا كانت دالة أم لا , وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا:



المجال = $\{-2, -1, 4, 3, 0, -3, 1\}$

المدى = $\{-3, -2, 1, 2\}$

ليست دالة



المجال = $\{-3, -2, -1, 0, 8\}$

المدى = $\{0, 2, 4, 6\}$

العلاقة تمثل دالة وليست متباينة

لتكن $g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$. أوجد قيمة كل مما يأتي :

$g(2.8)$ (4A)

$$\begin{aligned} g(2.8) &= 0.5(2.8)^2 - 5(2.8) + 3.5 \\ &= -6.58 \end{aligned}$$

$g(4a)$ (4B)

$$\begin{aligned} g(4a) &= 0.5(4a)^2 - 5(4a) + 3.5 \\ &= 8a^2 - 20a + 3.5 \end{aligned}$$

مثل المعادلة $y = x^2 + 1$ بيانيا ، ثم حدد مجالها ومداهما ، وحدد ما اذا كانت تمثل دالة ام لا ، واذا كانت كذلك ، فهل هي متباينة ام لا ، ثم حدد ما اذا كانت منفصلة ام متصلة .

أكون جدولا لبعض القيم التي تحقق المعادلة ، ثم امثل المعادلة بيانيا .

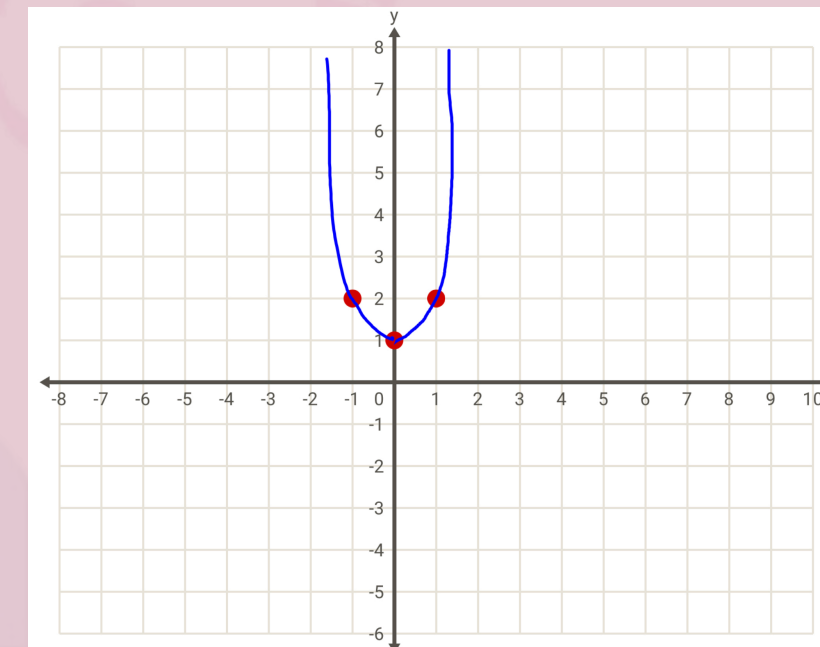
x	y
-1	2
0	1
1	2

تمثل دالة و ليست متباينة

المجال : مجموعة الاعداد الحقيقية (تكون على محور x)

المدى = $\{ y \mid y \geq 1 \}$ (القيم على محور y)

متصلة



مثل الدالة $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$ بيانيا . ثم حدد كلا من مجالها ومداها .

الخطوة 1: امثل $f(x) = x + 2$ بيانيا عندما $x < -1$

x	y	(x, y)
-1	1	(-1, 1)
0	2	(0, 2)

ثم امثل النقطتين على المستوى الاحداثي ووصل بينهم بنصف مستقيم وبما ان العدد (0) لا يحقق المتباينة لذا نبدأ بدائرة غير مظللة عند النقطة (0, 2)

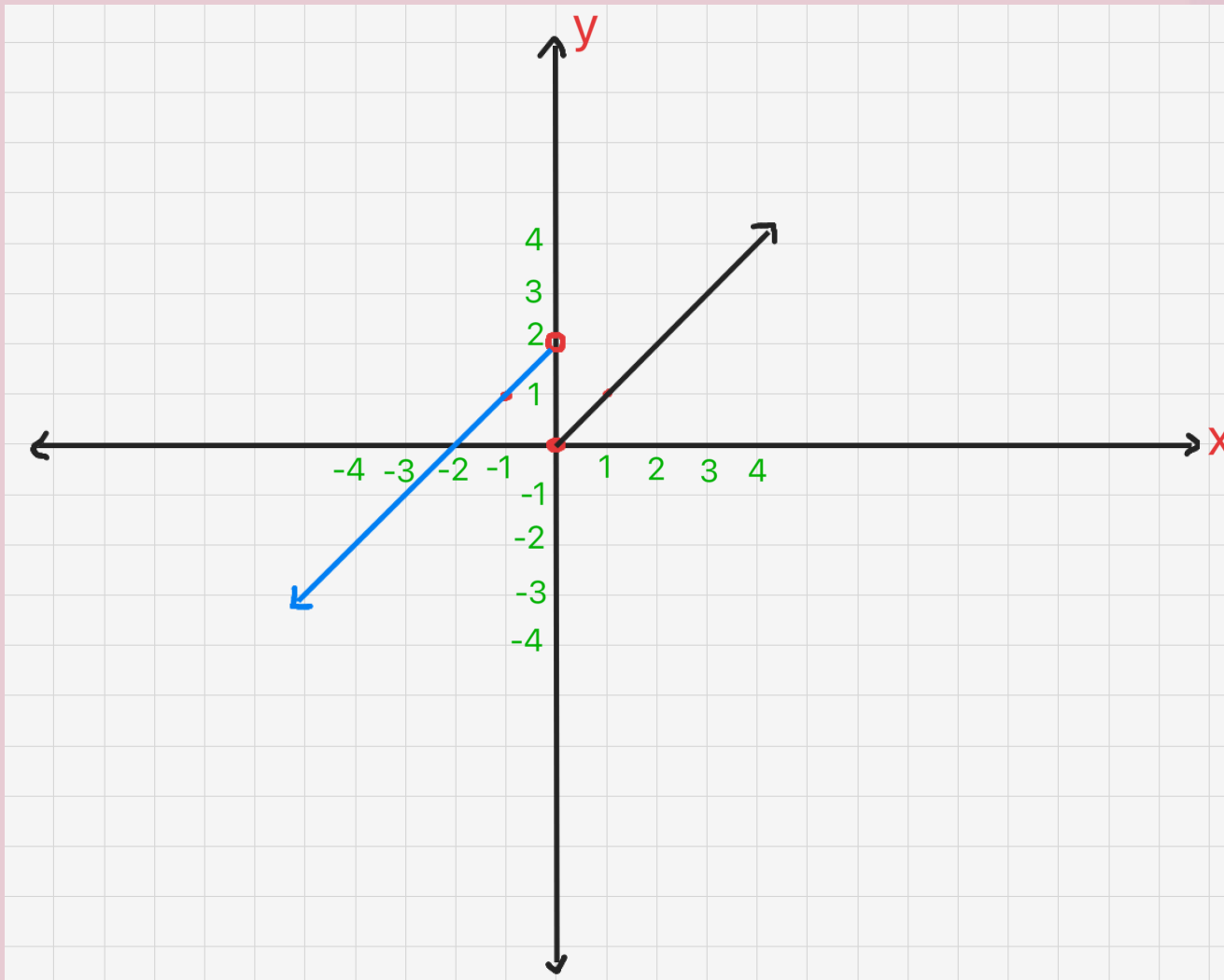
الخطوة 2: امثل $f(x) = x$ بيانيا عندما $x \geq 0$ أكون جدول لإيجاد قيم x, y

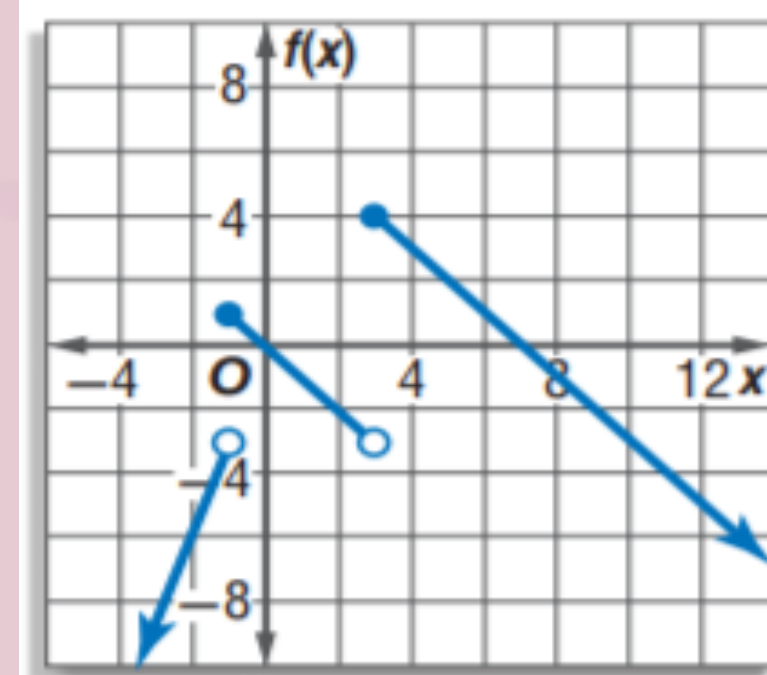
x	y	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)

امثل النقطتين على المستوى الاحداثي ووصل بينهم بنصف مستقيم وبما ان (0) يحقق المتباينة ، لذا نبدأ بدائرة مظللة عند النقطة (0, 0)

R = المجال

R = المدى





اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانياً في الشكل المجاور :

اكتب الدالة التي تمثل كل جزء في التمثيل البياني .

الخطوة 1: الجزء الأيمن نختار نقطتين تقع هذا الجزء وهما $(7, 0), (3, 4)$ ثم نوجد الميل لهما

$$M = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{3 - 7} = -1$$

ونكتب معادلة الخط المستقيم بدلالة الميل ونقطة وهو الذي يمثله الدالة للجزء الأيمن :

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 0 &= -1(x - 7) \\ y &= -x + 7 \end{aligned}$$

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط نختار نقطتين تقع على هذا الجزء ولتكن $(-1, 1), (3, -3)$ ثم نوجد الميل لهما

$$m = \frac{1 + 3}{-1 - 3}$$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 1 &= -1(x - (-1)) \\ y &= -x - 1 + 1 \\ y &= -x \end{aligned}$$

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيسر

نختار نقطتين تقع على هذا الجزء $(-2, -6), (-1, -3)$ نوجد الميل لهما .

$$m = \frac{-6 + 3}{-2 + 1} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

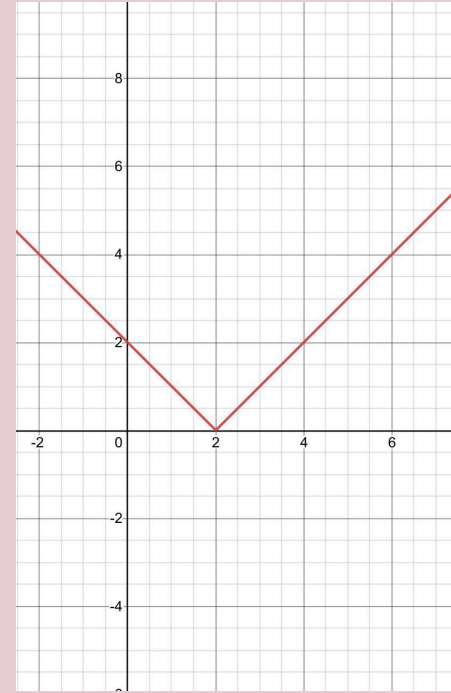
$$y + 3 = 3(x + 1)$$

$$y = 3x$$

$$F(x) = \begin{cases} -x + 7 & , x \geq 3 \\ -x & , -1 \leq x < 3 \\ 3x & , x < -1 \end{cases}$$

بيانيا ، ثم حدد كلا من مجالها ومداهما .

• التمثيل البياني للقيم، صل بين النقاط



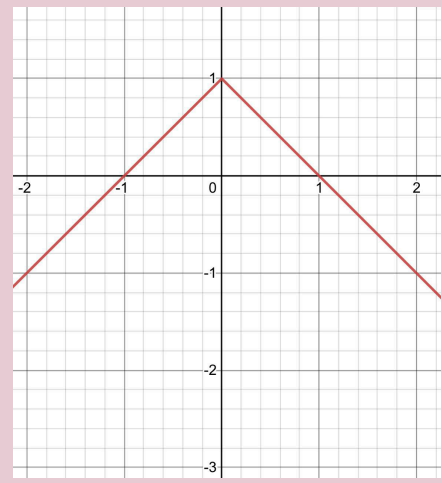
المجال = مجموعة الاعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{y \mid y \geq 0\}$$

(4B) مثل الدالة $f(x) = -|x| + 1$ بيانيا ، ثم حدد كلا من مجالها ومداهما.

• التمثيل البياني للقيم،

• صل بين النقاط



المجال = مجموعة الاعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{y \mid y \leq 1\}$$

(4A) مثل الدالة $f(x) = |x - 2|$

خطوات الحل

■ نأخذ بما داخل القيمة المطلقة ونساويه بالصفر
 $X - 2 = 0$

$$X = 2$$

■ نكون جدول للقيم X, Y

X	Y
0	2
1	1
2	0
3	1
4	2

(4B) مثل الدالة $f(x) = -|x| + 1$ بيانيا ، ثم حدد كلا من مجالها ومداهما.

خطوات الحل

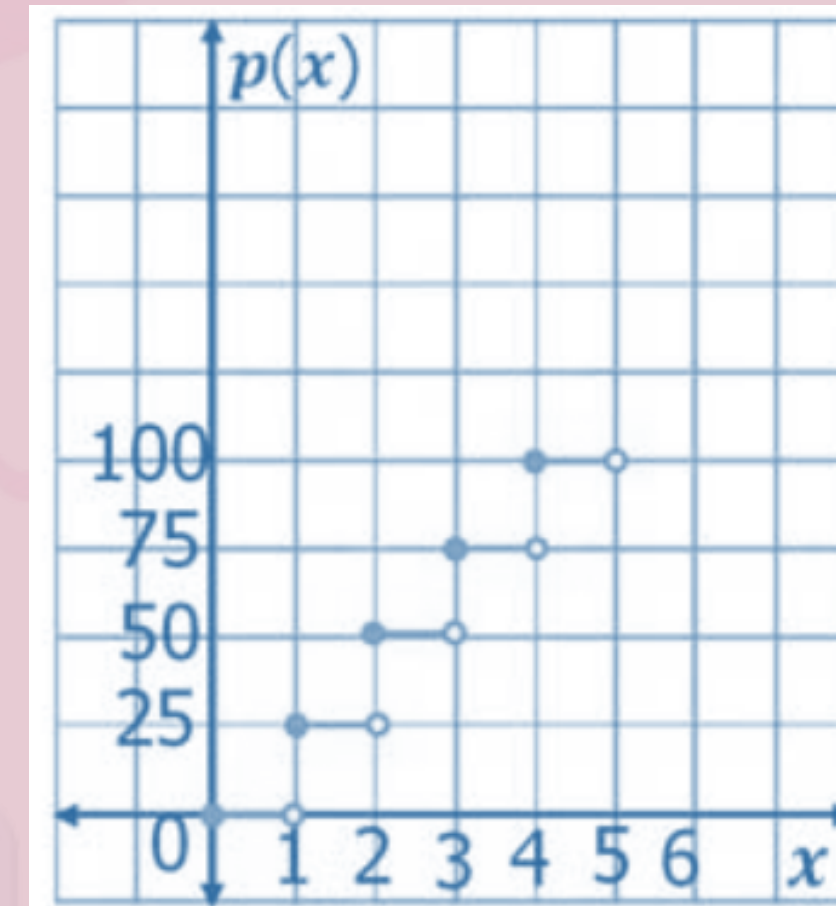
■ نأخذ بما داخل القيمة المطلقة ونساويه بالصفر
 $X = 0$

■ نكون جدول للقيم X, Y

X	Y
-2	-1
-1	0
0	1
1	0
2	-1

(3) إعادة تدوير الورق : تدفع شركة لاعادة تدوير الورق 25 ربلا عن كل صندوق من الورق يتم احضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل . اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانيا .

الفترة x	P(x)
0	0
1	25
2	50
3	75
4	100



1B مثل المتباينة $-x + 2y > 4$ بيانياً.

خطوات الحل

❖ نضع المتباينة في صورة المعادلة

$$-x + 2y = 4$$

$$2y = 4 + x$$

$$y = 2 + \frac{1}{2}x$$

❖ نرسم $y = 2 + \frac{1}{2}x$ على المستوى الإحداثي

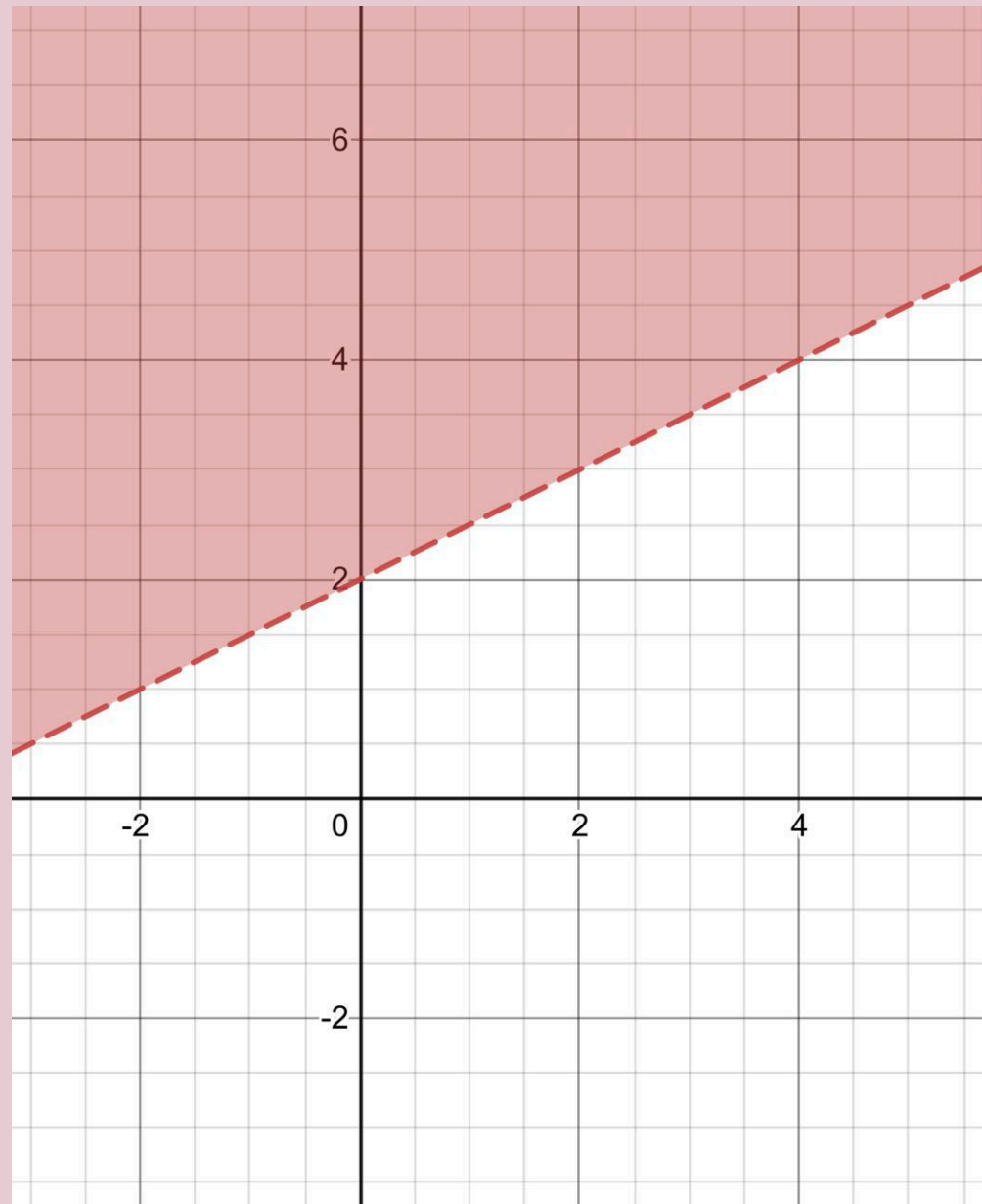
x	y
-1	1.5
0	2
1	2.5

التحقق: نختار نقط تقع في منطقة الحل مثلاً (0, 0)

$$-x + 2y > 4$$

$$-(0) + 2(0) > 4$$

$$0 > 4 \quad \times$$



1A مثل المتباينة $3x + \frac{1}{2}y < 2$ بيانياً.

خطوات الحل

❖ نضع المتباينة في صورة

المعادلة

$$3x + \frac{1}{2}y = 2$$

$$6x + y = 4$$

$$y = 4 - 6x$$

❖ نرسم $y = 4 - 6x$ على المستوى الإحداثي.

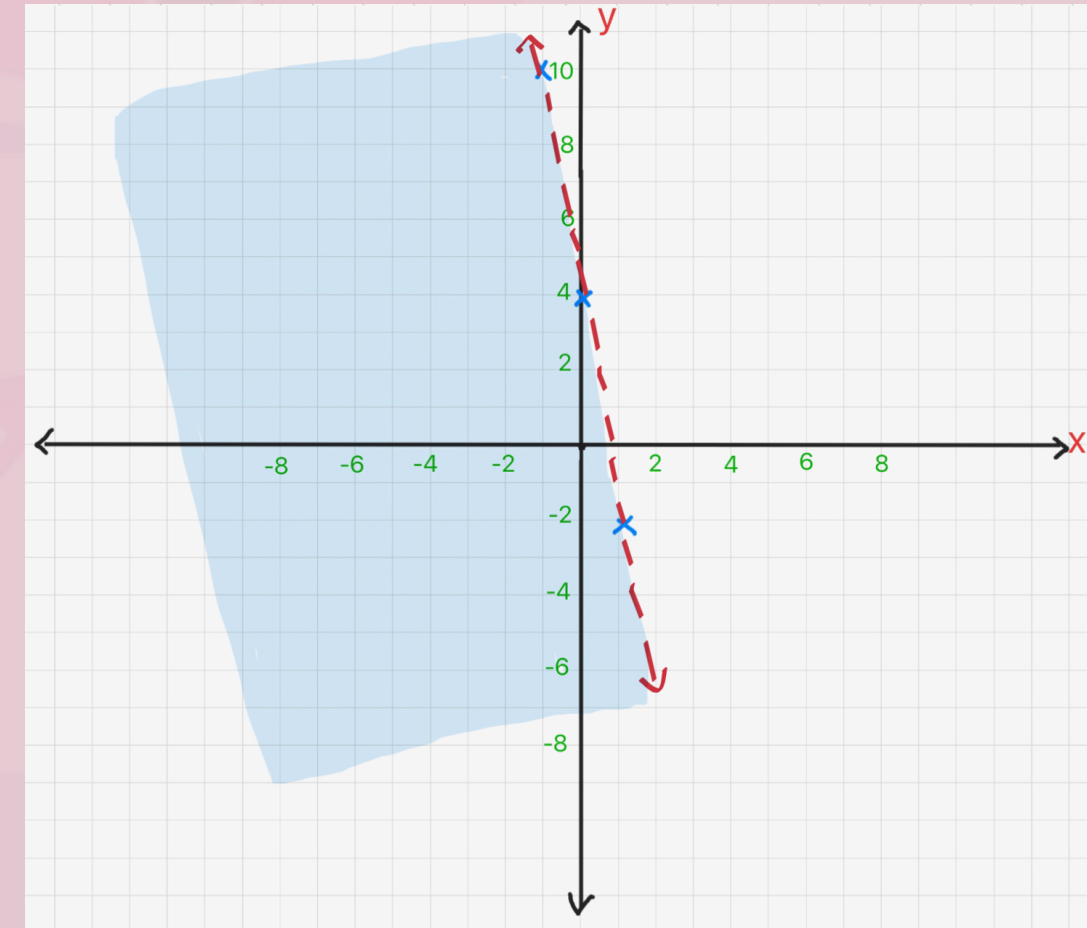
x	y
-1	10
0	4
1	-2

التحقق: نختار نقط تقع في منطقة الحل مثلاً (0, 0)

$$3x + \frac{1}{2}y < 2$$

$$2 > (0) + (0)3$$

$$2 > 0 \quad \checkmark$$



مثل المتباينات الآتية بيانياً :

$$(3A) \quad y \leq 2|x| + 3$$

الحل :

➤ نضع المتباينة في صورة معادلة

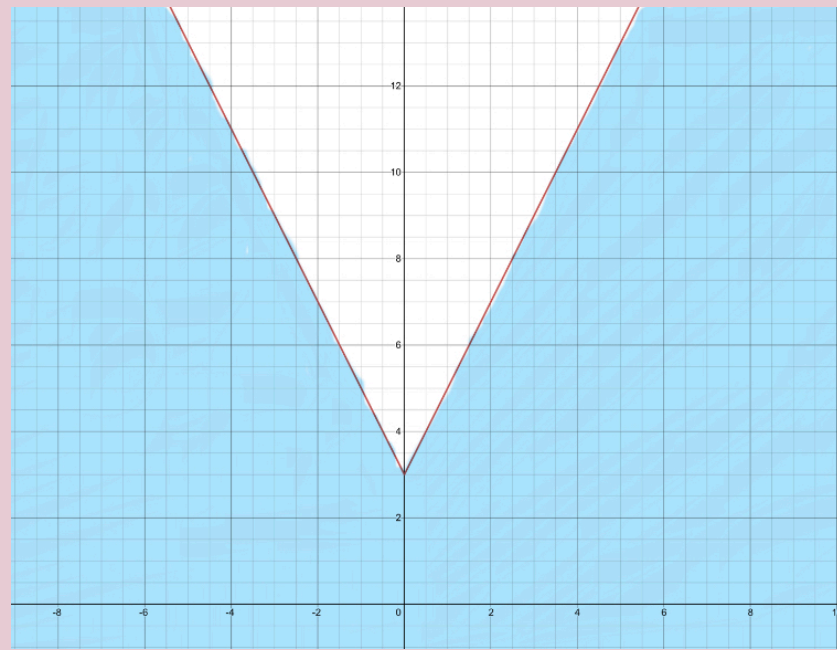
$$y = 2|x| + 3$$

➤ نرسم $y = 2|x| + 3$ المستوى الاحداثي .

نأخذ بما داخل القيمة المطلقة ونساويه بالصفر

$$x = 0$$

➤ نمثلها بيانياً .



➤ نكون جدول

x	y
-2	7
-1	5
0	3
1	5
2	7

➤ **التحقق:** نختار نقط ليست على المستقيم مثلاً (0, 0)

ونعوض في المتباينة $y \leq 2|x| + 3$ فنحصل

على $0 \leq 3$ أي ان النقطة (0, 0) تحقق المتباينة .

اذن المستوى (المظل) الذي يحتوي النقطة (0, 0)

يمثل حل المتباينة .

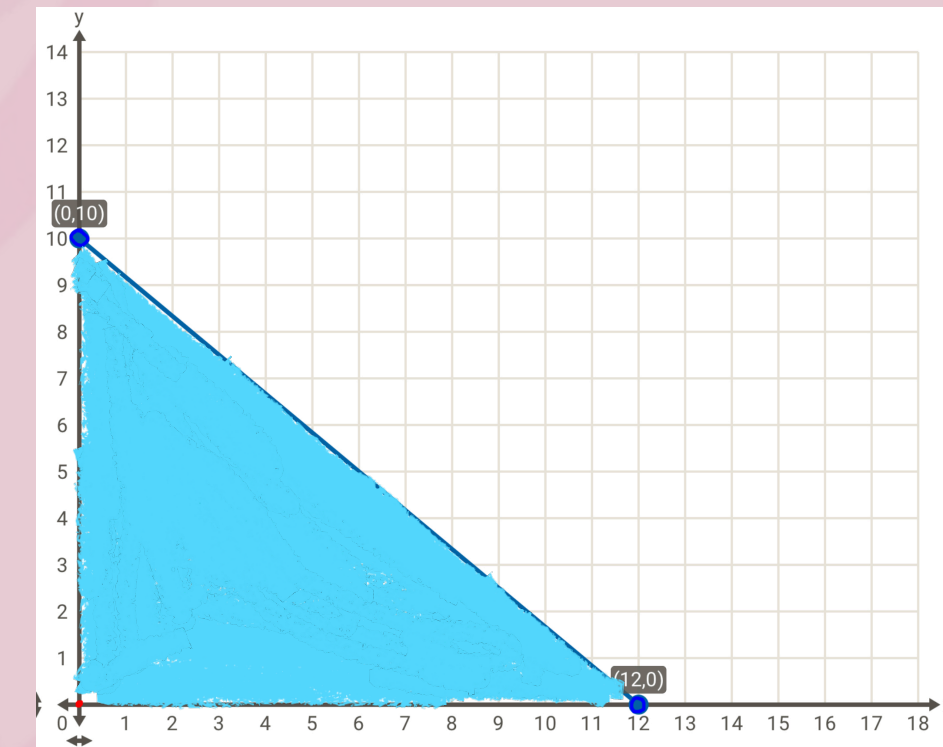
مع صالح **60 ريالاً** يستطيع انفاقها في مدينة الألعاب . فاذا كان ثمن تذكرة الألعاب الالكترونية 5 ريالات , وثمان تذكرة كل لعبة عادية 5 ريالات . فاكتب متباينة تصف هذا الموقف , ثم مثلها بيانياً .

$$5x + 6y \leq 60$$

1. نضع المتباينة في صورة المعادلة $5x + 6y = 60$

نرسم على المستوى الاحداثي

2. نرسم $y = -\frac{5}{6}x + 10$ على المستوى الاحداثي



x	y
0	10
12	0

التحقق: نختار نقاط ليست على المستقيم مثلاً (0, 0) ونعوض في المتباينة

$$5x + 6y \leq 60$$

$$5(0) + 6(0) \leq 60$$

$$0 \leq 60 \quad \checkmark$$

أي تحقق المتباينة اذن نصف المستوى (المظل) الذي يحتوي النقطة (0,0)

يمثل حل المتباينة .

3B مثل المتباينة $y \geq 3|x + 1|$ بيانيا .

الحل:

➤ نضع المتباينة في صورة معادلة $y = 3|x + 1|$

➤ نرسم $y = 3|x + 1|$ المستوى الاحداثي .

نأخذ بما داخل القيمة المطلقة ونساويه بالصفر

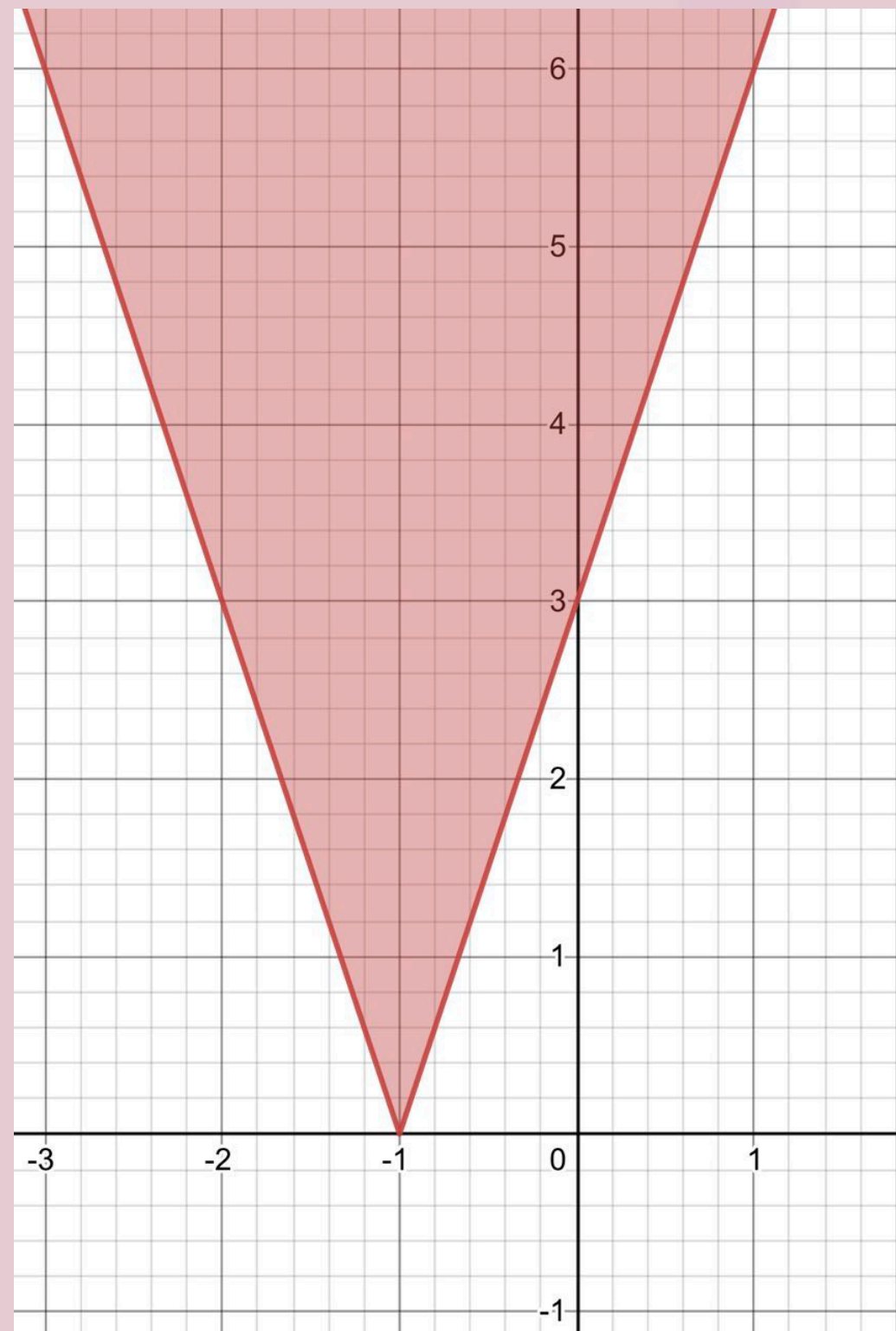
$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

➤ نكون جدول

x	y
-3	6
-2	3
-1	0
0	3
1	6

➤ نمثلها بيانيا .



حل النظام الاتي بيانياً :

$$y \leq -2x + 5 \quad (1A)$$

$$y > -\frac{1}{4}x - 6$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

① مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

② حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .

المتباينة $y \leq -2x + 5$ بيانياً .

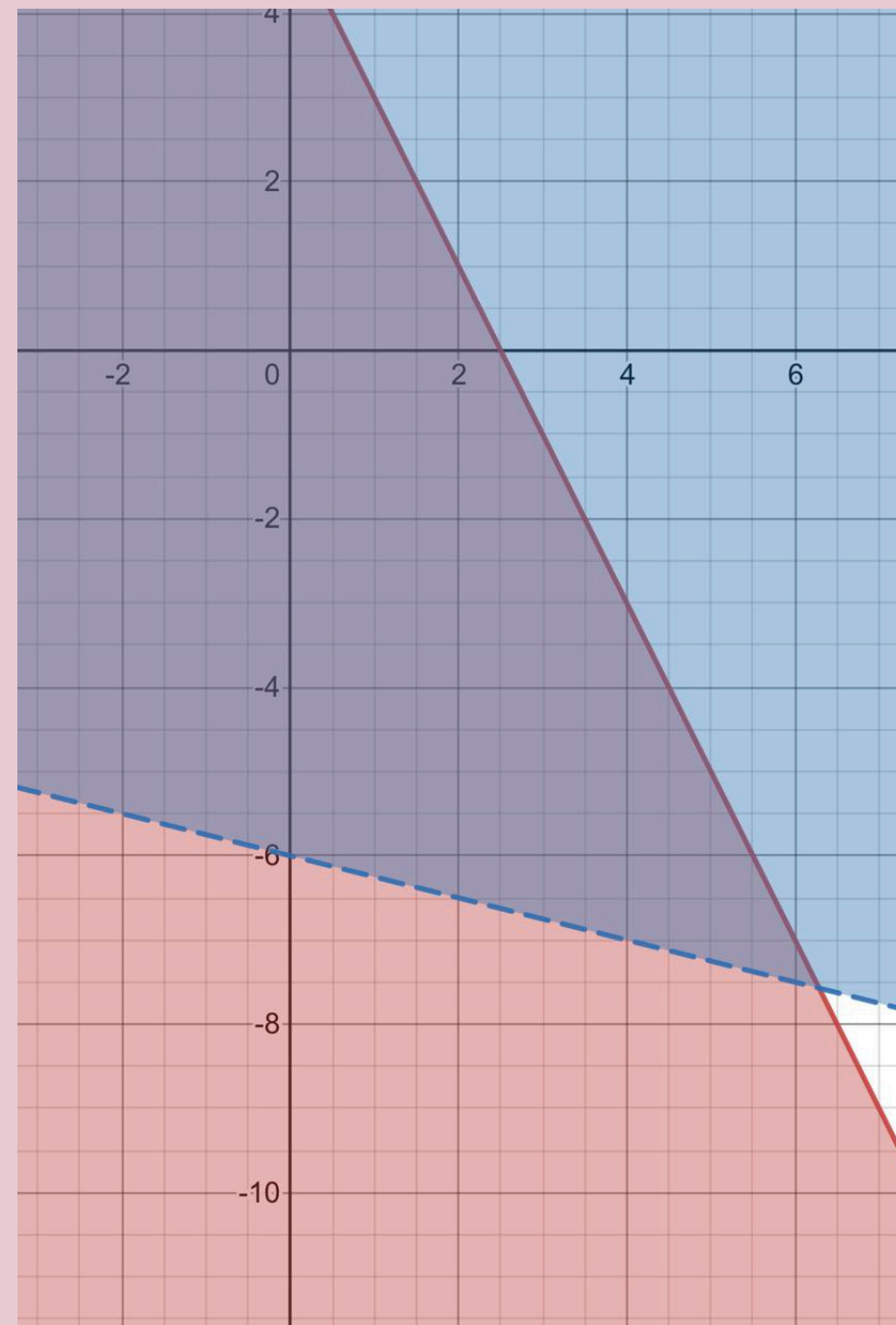
احولها الى معادلة $y = -2x + 5$ و تكون جدول

x	y
0	5
2,5	0

المتباينه $y > -\frac{1}{4}x - 6$

احول المتباينة الى معادلة وكون الجدول

x	y
0	-6
-4	-5



حل النظام الاتي بيانياً :

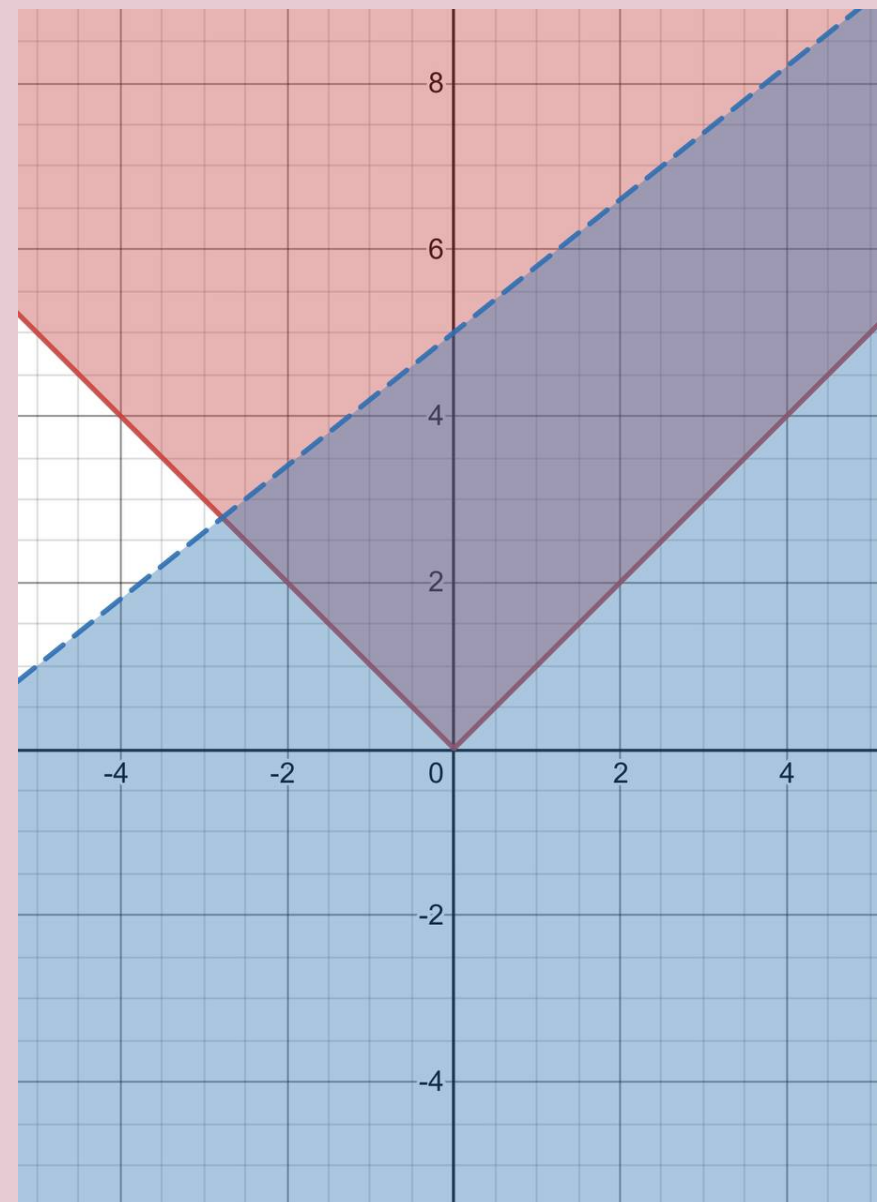
$$y \geq |x|$$

$$y < \frac{4}{3}x + 5$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

1 مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

2 حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .



$$\text{المتباينة } y < \frac{4}{3}x + 5$$

احول المتباينة الى معادلة واكون الجدول

x	y
0	5
3,75	0

المتباينة $y \geq |x|$ بيانياً .احولها الى معادلة $y = |x|$ ونكون جدول

x	y
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2

حل النظام الاتي بيانياً :

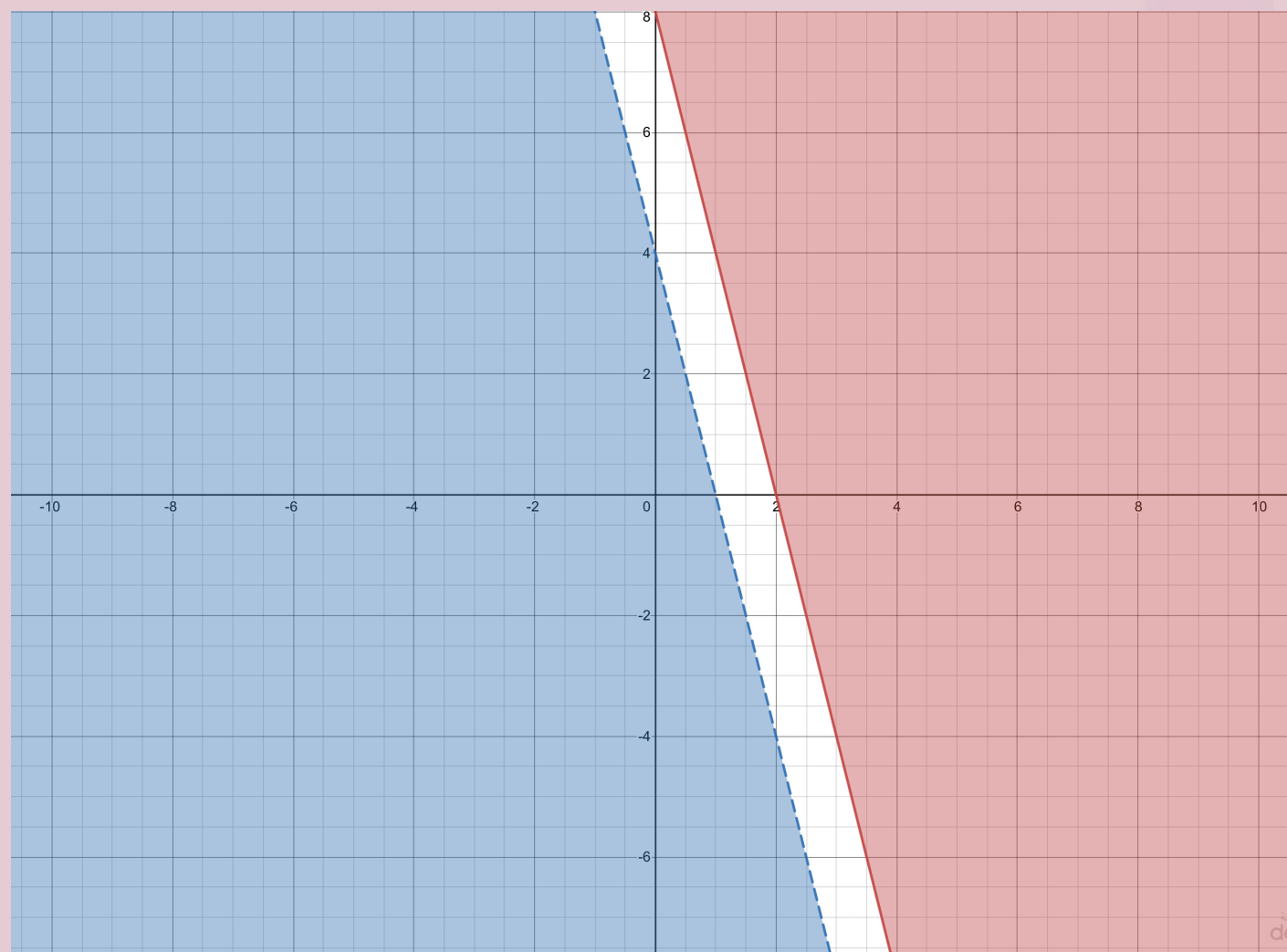
$$y \geq -4x + 8$$

$$y < -4x + 4$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

1 مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

2 حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .

المتباينة $y \geq -4x + 8$ بيانياً .المتباينه $y < -4x + 4$ احولها الى معادلة $y = -4x + 8$ و نكون جدول

احول المتباينة الى معادلة وكون الجدول

x	y
1	0
0	4

x	y
0	8
2	0

مجموعة الحل

حل النظام الاتي بيانياً :

$$y \geq |x|$$

$$y < 2x - 24$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

1 مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

2 حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .

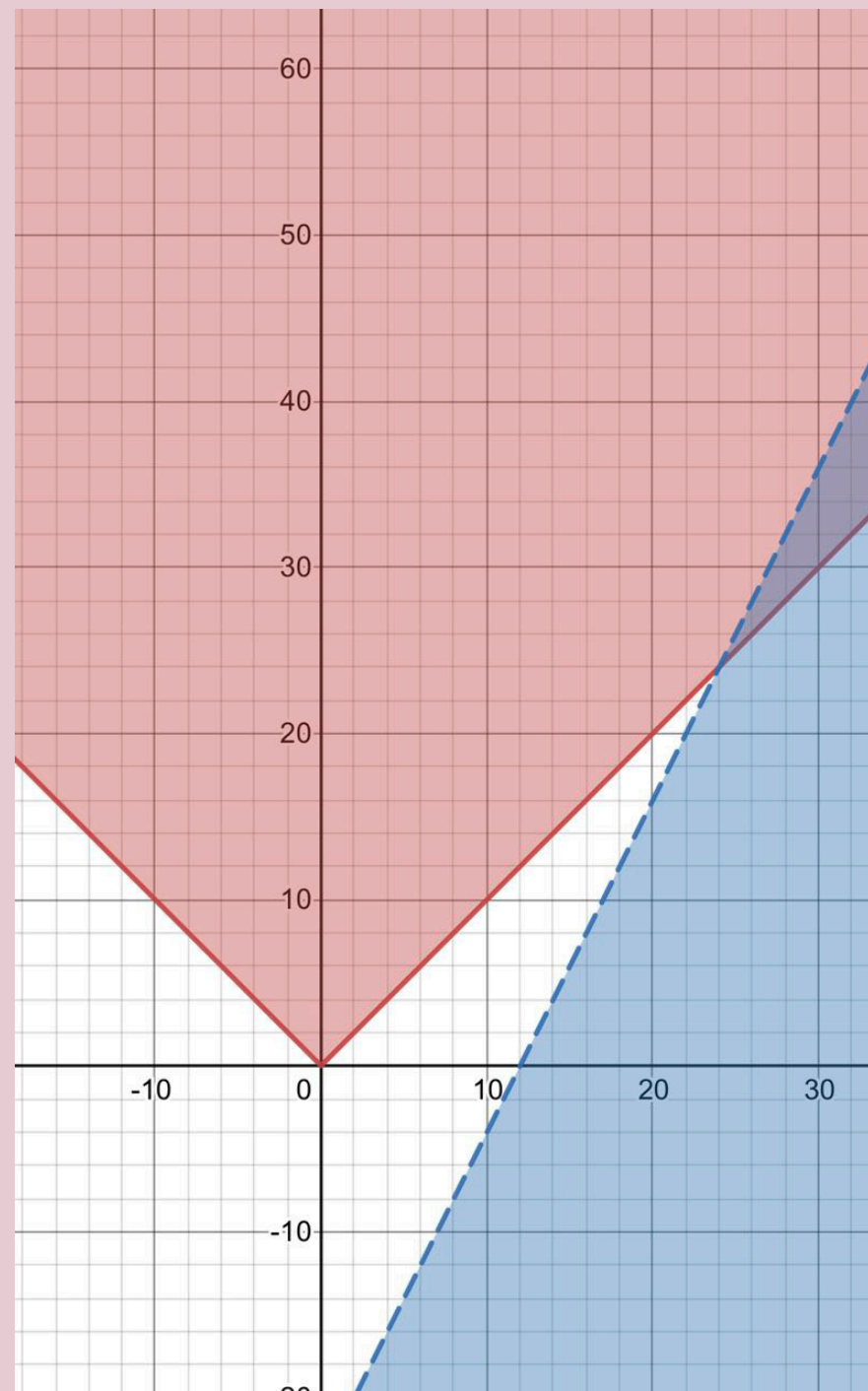
المتباينة $y < 2x - 24$

احول المتباينة الى معادلة واكون الجدول

x	y
0	-24
12	0

المتباينة $y \geq |x|$ بيانياً .احولها الى معادلة $y = |x|$ ونكون جدول

x	y
-20	20
-10	10
0	0
10	10
20	20



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$y \geq -3x - 6 \quad (4A)$$

$$2y \geq x - 16$$

$$11y + 7x \leq 12$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

1 مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

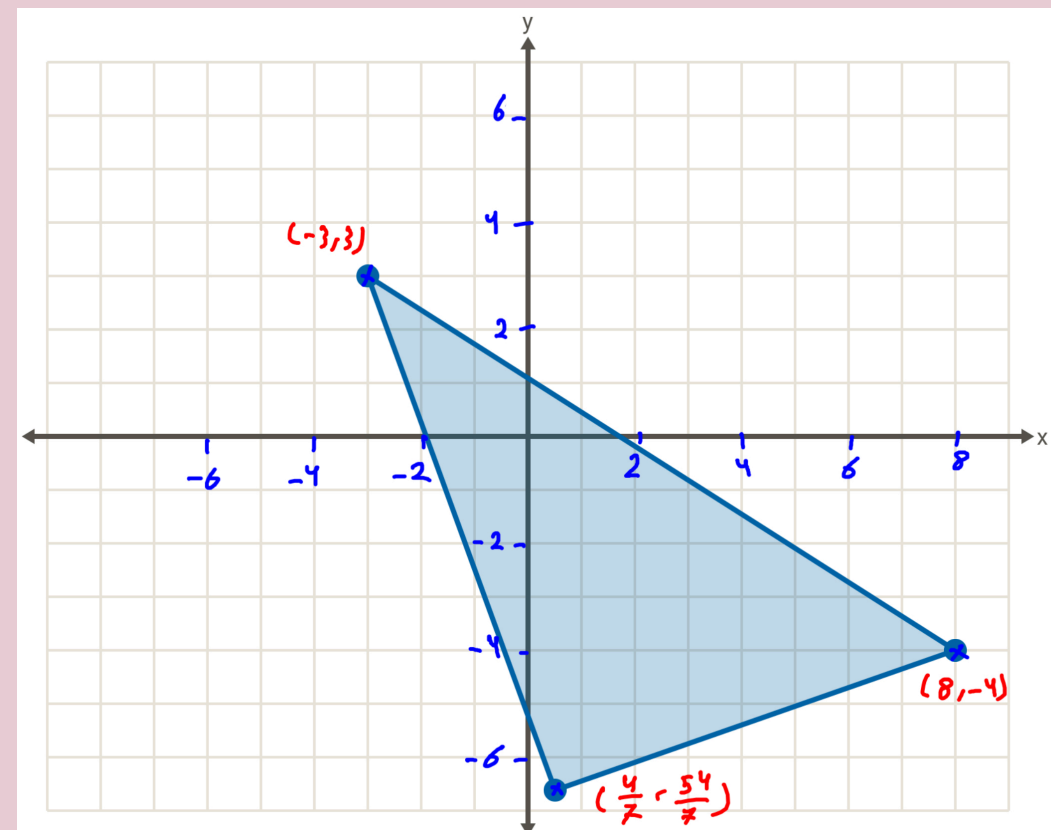
2 حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .

وتحديد نقاط الرؤوس الناتجة من تقاطع مناطق الحل.

2y = x - 16		
X	4	6
Y	-6	-5

11y + 7x = 12		
X	-3	8
Y	3	-4

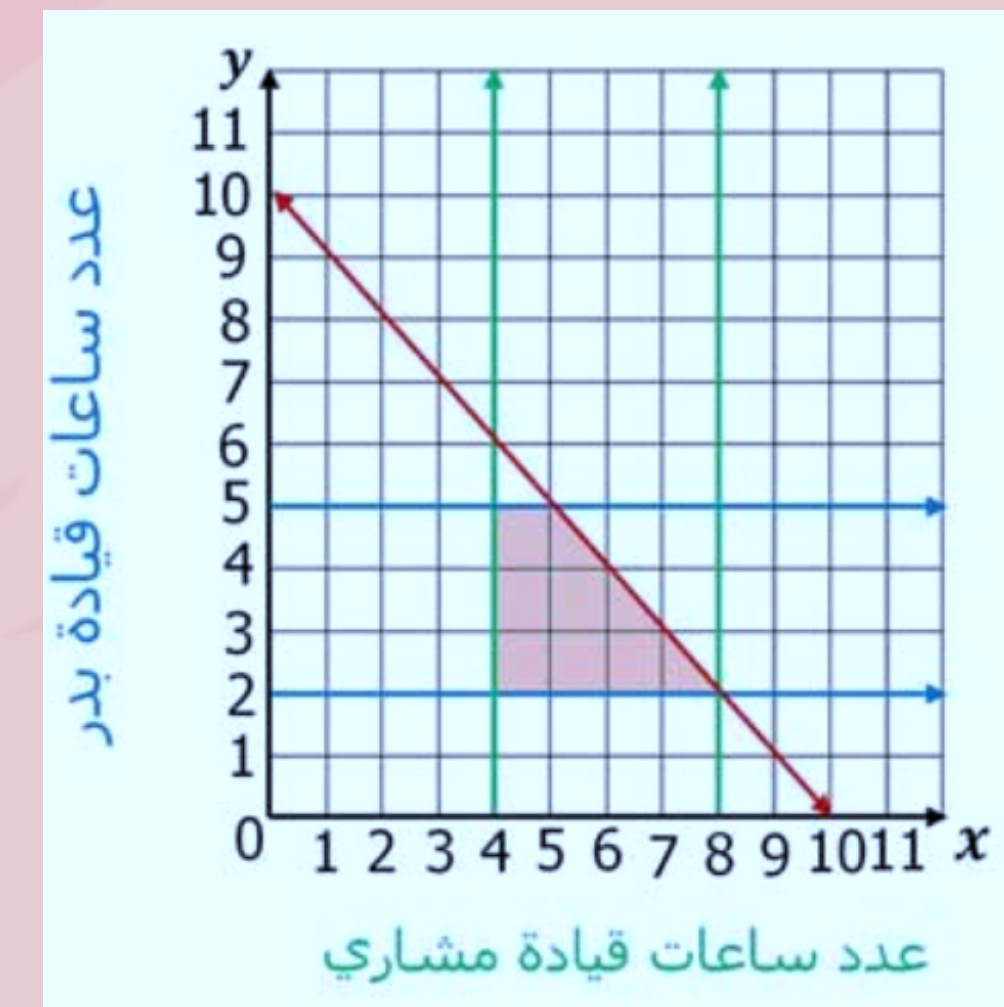
Y = -3x - 6		
X	0	-2
Y	-6	0



سفر: خرج مشاري وبدر في رحلة لزيارة بعض محافظات المملكة برا فتنابوا قيادة السيارة . فإذا كانت فترات قيادة مشاري للسيارة على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن 4 ساعات ، ولا تزيد على 8 ساعات ، وكانت فترات قيادة بدر للسيارة على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن ساعتين ولا تزيد على 5 ساعات ، وكان إجمالي زمن قيادة كليهما يومياً لا يزيد على 10 ساعات ، فاكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف ، ثم مثله بيانياً .

$$4 \leq x \leq 8 , \quad 2 \leq y \leq 5 , \quad x + y \leq 10$$

في هذه الحالة نمثل كل متباينة على حد باستخدام الخطوات السابقة



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$5y \leq 2x + 9 \quad (4B)$$

$$y \leq -x + 6$$

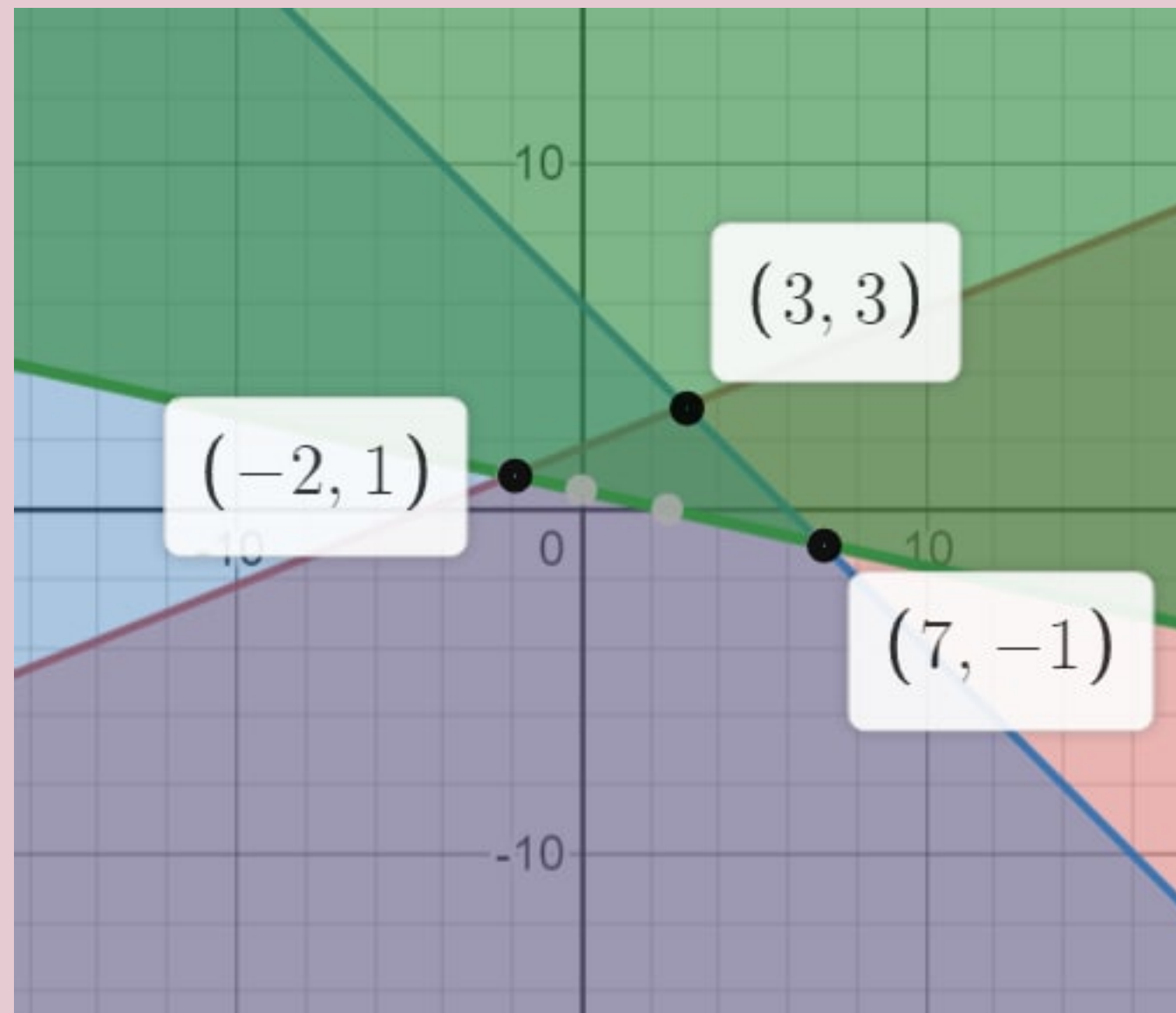
$$9y \geq -2x + 5$$

خطوات حل أنظمة المتباينات الخطية

1 مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

2 حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام .

وتحديد نقاط الرؤوس الناتجة من تقاطع مناطق الحل.



$9y = -2x + 5$		
X	-2	2.5
Y	1	0

$Y = -x + 6$		
X	0	6
Y	6	0

$5y = 2x + 9$		
X	0.5	-4.5
Y	2	0

مثل نظام المتباينات الاتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، و اوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$1 \leq y \leq 5$$

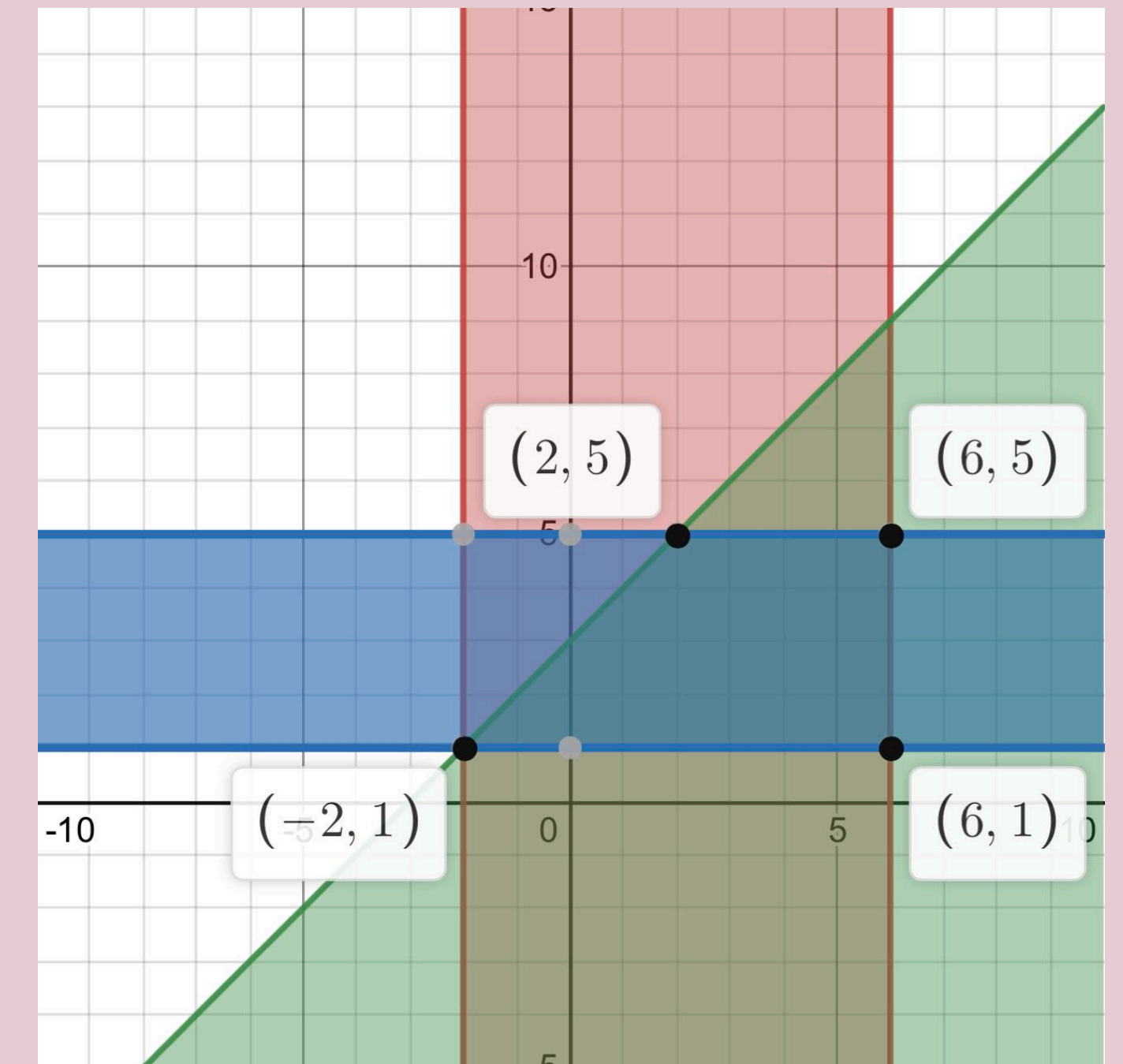
$$y \leq x + 3$$

$$F(x, y) = -5x + 2y$$

1 مثل المتباينات بيانياً ، و حدد إحداثيات الرؤوس

2 جد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$-5x + 2y$	$F(x, y)$	القيمة
(-2, 1)	$-5(-2) + 2(1)$	12	العظمى
(2, 5)	$-5(2) + 2(5)$	0	
(6, 5)	$-5(6) + 2(5)$	-20	
(6, 1)	$-5(6) + 2(1)$	-28	الصغرى



القيمة العظمى للدالة تساوي 12 وتكون عند النقطة $(-2, 1)$ ،
والقيمة الصغرى للدالة تساوي -28 وتكون عند النقطة $(6, 1)$

مثل نظام المتباينات الاتي بيانياً ، ثم حدد احداثيات رؤوس منطقة الحل ، و اوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

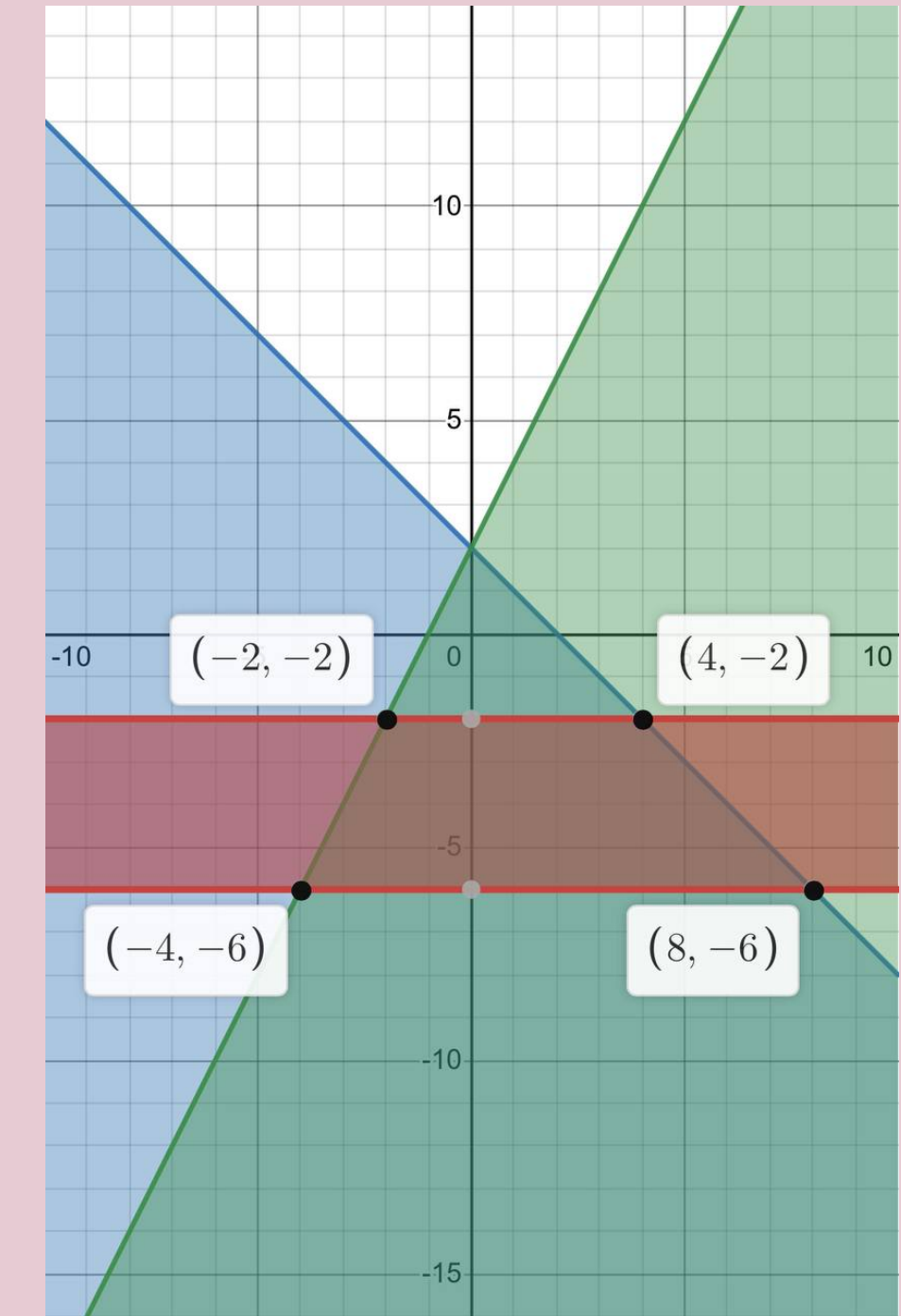
$$-6 \leq y \leq -2$$

$$y \leq -x + 2$$

$$y \leq 2x + 2$$

$$F(x, y) = 6x + 4y$$

1 مثل المتباينات بيانياً ، و حدد إحداثيات الرؤوس



2 جد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	6x + 4y	F(x, y)	القيمة
(-4, -6)	6(-4) + 4(-6)	-48	الصغرى
(-2, -2)	6(-2) + 4(-2)	-20	
(4, -2)	6(4) + 4(-2)	16	
(8, -6)	6(8) + 4(-6)	24	العظمى

القيمة العظمى للدالة 24 تساوي 24 وتكون عند النقطة (8, -6) ،
والقيمة الصغرى للدالة تساوي -48 وتكون عند النقطة (-4, -6)

مثل نظام المتباينات الاتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، و اوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

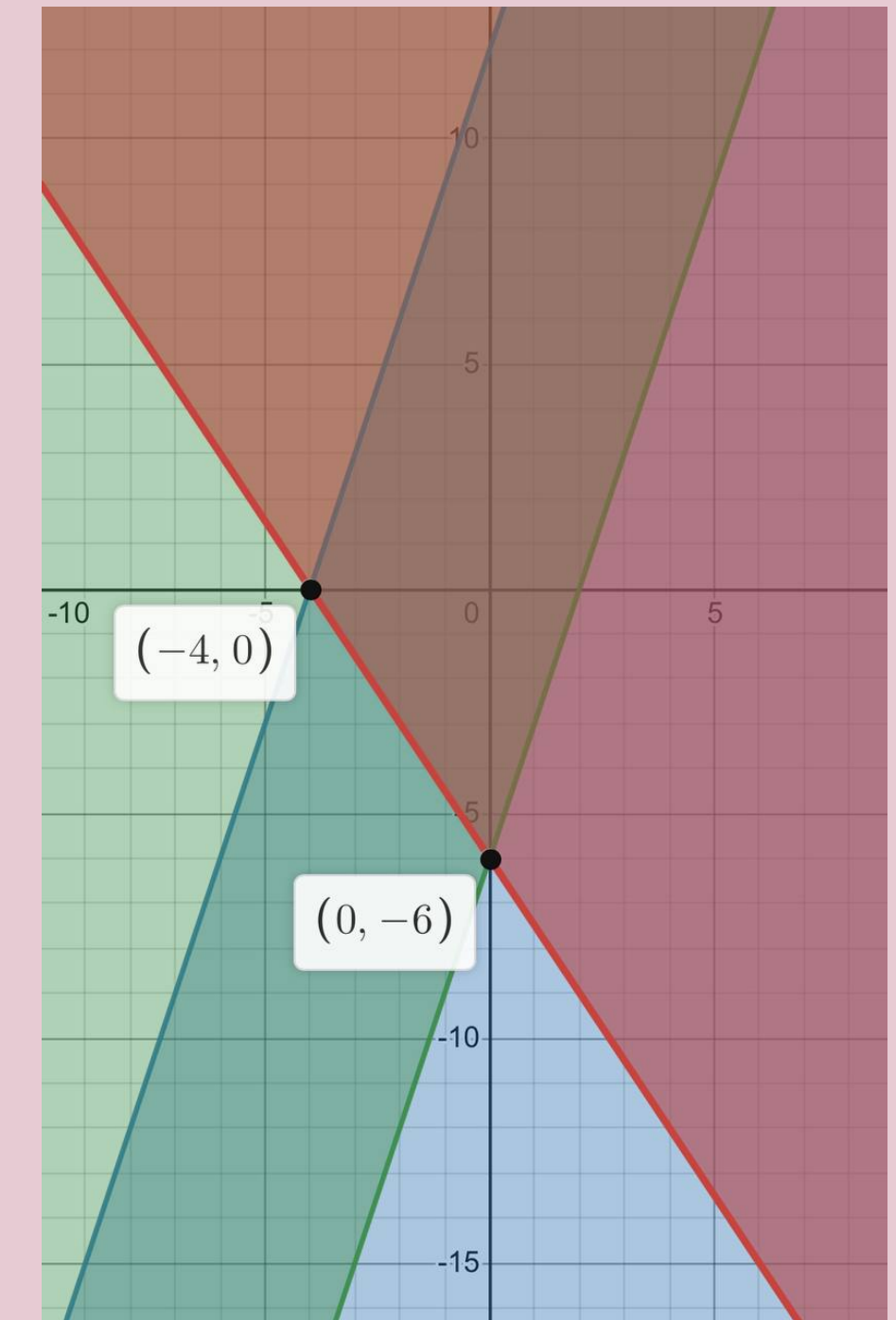
$$2y + 3x \geq -12$$

$$y \leq 3x + 12$$

$$y \geq 3x - 6$$

$$F(x, y) = 9x - 6y$$

1 مثل المتباينات بيانياً ، و حدد إحداثيات الرؤوس



2 جد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$9x - 6y$	$F(x, y)$
$(-4, 0)$	$9(-4) - 6(0)$	-36
$(0, -6)$	$9(0) - 6(-6)$	36

القيمة العظمى للدالة تساوي 36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$ ، ولا توجد قيمة صغرى للدالة ، لأن هناك نقطة أخرى في منطقة الحل وهي $(0, 8)$ وتعطى القيمة -48 للدالة وهي أقل من -36

مثل نظام المتباينات الاتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، و اوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

$$y \leq 8$$

$$y \geq -x + 4$$

$$y \leq -x + 10$$

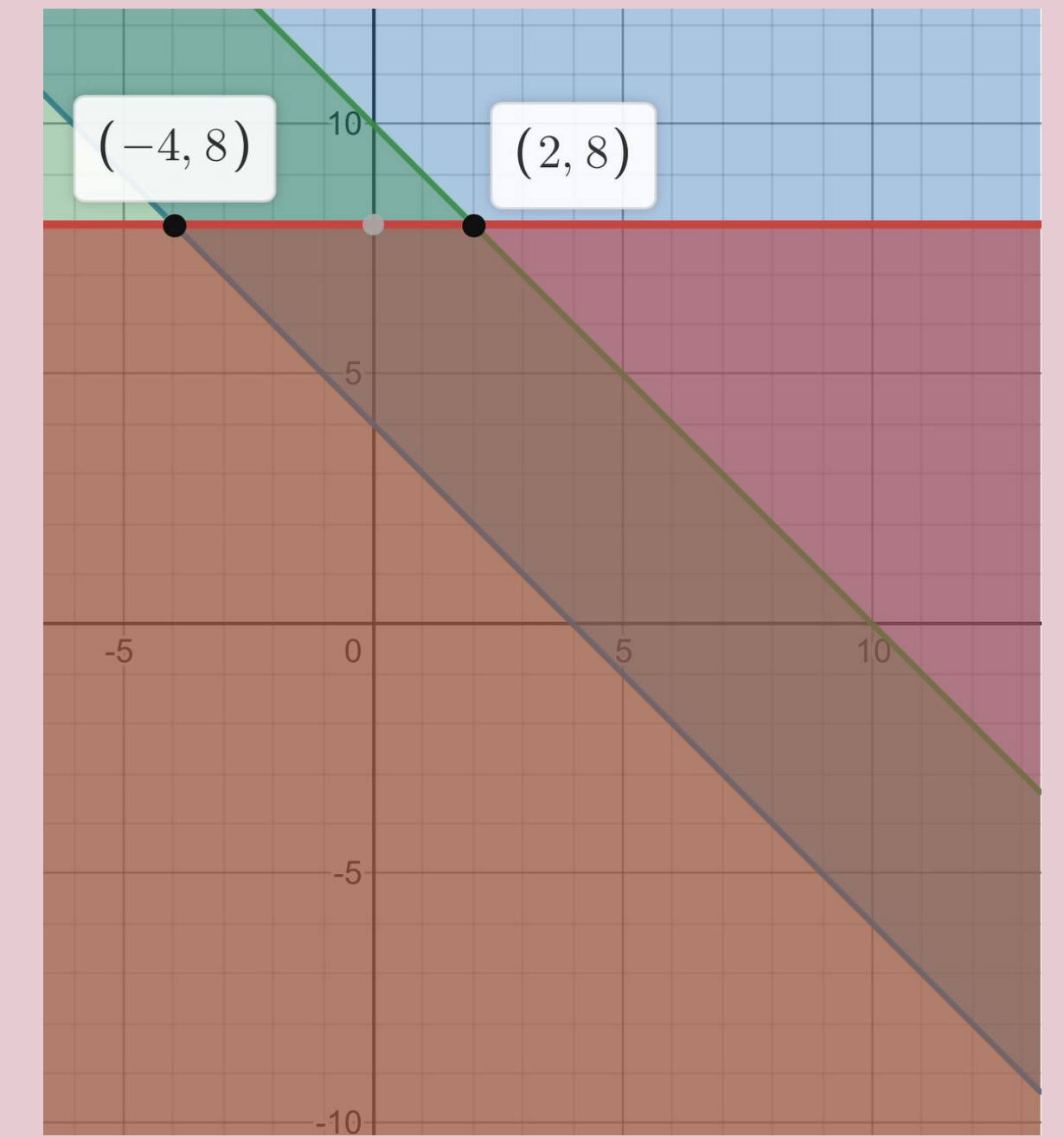
$$F(x, y) = -6x + 8y$$

1 مثل المتباينات بيانياً ، و حدد إحداثيات الرؤوس

2 جد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$9x - 6y$	$F(x, y)$
$(-4, 8)$	$-6(-4) + 8(8)$	88
$(2, 8)$	$-6(2) + 8(8)$	52

القيمة العظمى للدالة تساوي 88 وتكون عند النقطة $(-4, 8)$ ،
ولا توجد قيمة صغرى للدالة ، لأن هناك نقطة أخرى في منطقة
الحل مثل $(4, 4)$ وتعطى القيمة 8 للدالة وهي أقل من 52



مثل نظام المتباينات الاتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، واوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة :

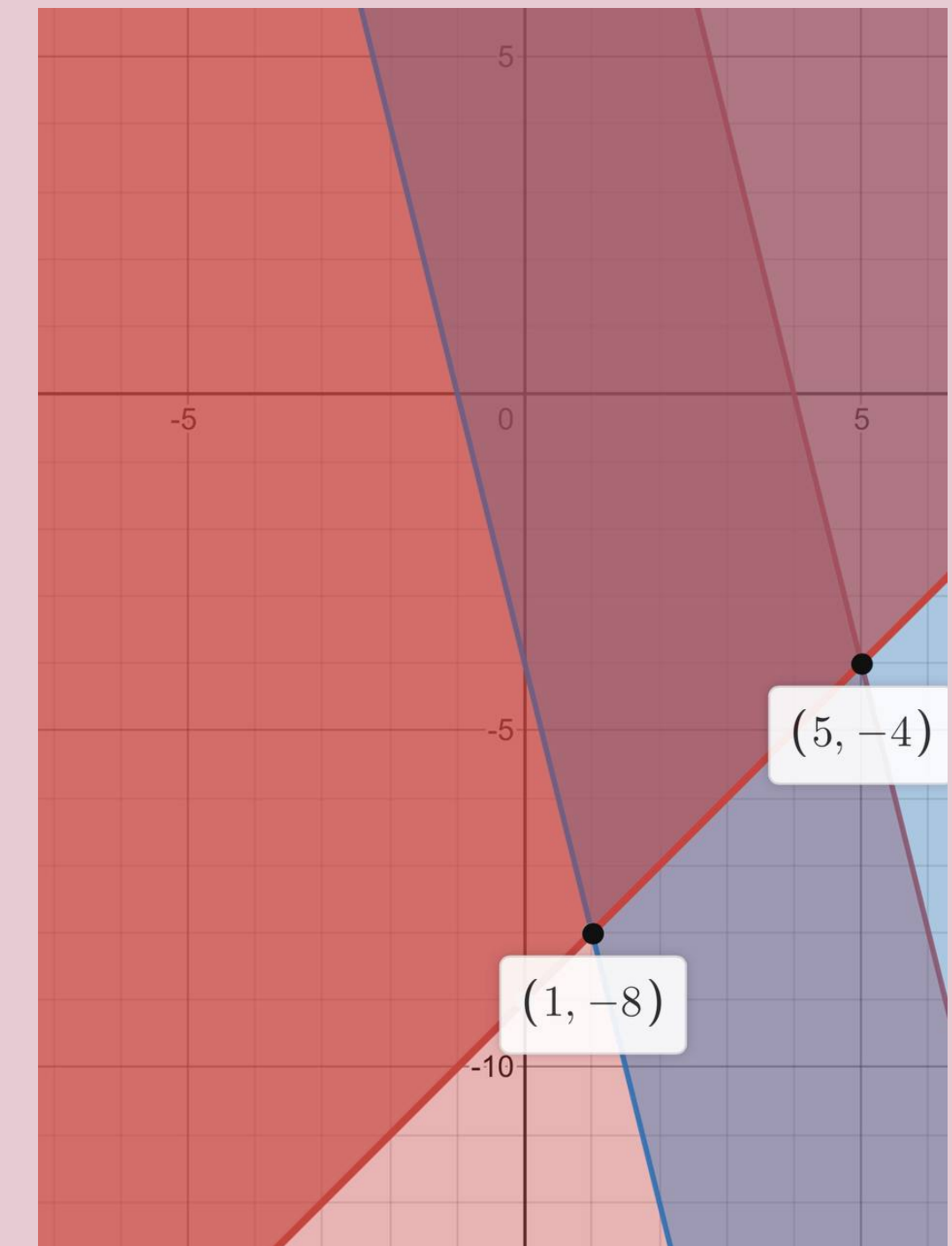
$$y \geq x - 9$$

$$y \leq -4x + 16$$

$$y \geq -4x - 4$$

$$F(x, y) = 10x + 7y$$

1 مثل المتباينات بيانياً ، و حدد إحداثيات الرؤوس



2 جد قيمة الدالة عند كل رأس

(x, y)	$9x - 6y$	$F(x, y)$
$(1, -8)$	$10(1) + 7(-8)$	-46
$(5, -4)$	$10(5) + 7(-4)$	22

القيمة العظمى للدالة تساوي -46 وتكون عند النقطة $(1, -8)$ ، ولا توجد قيمة عظمى للدالة ، لأن هناك نقطة أخرى في منطقة الحل وهي $(2, 2)$ وتعطى القيمة -48 للدالة وهي أكبر من 22

مجوهرات : تصوغ أسماء من 10 الى 25 عقدا ، ومن 15 الى 40 سوارا شهريا . فاذا كانت اجرة صياغة العقد 50 ريالاً . واجرة صياغة السوار 30 ريالاً ، وصاغت في احد الأشهر 30 قطعة من العقود والاساور على الأقل ، فكم قطعة من كلا النوعين عليها صياغتها لتحصل على اكبر اجر ؟

نفرض ان عدد العقود هو x وعدد الاساور هو y

الشروط :

$$10 \leq x \leq 25$$

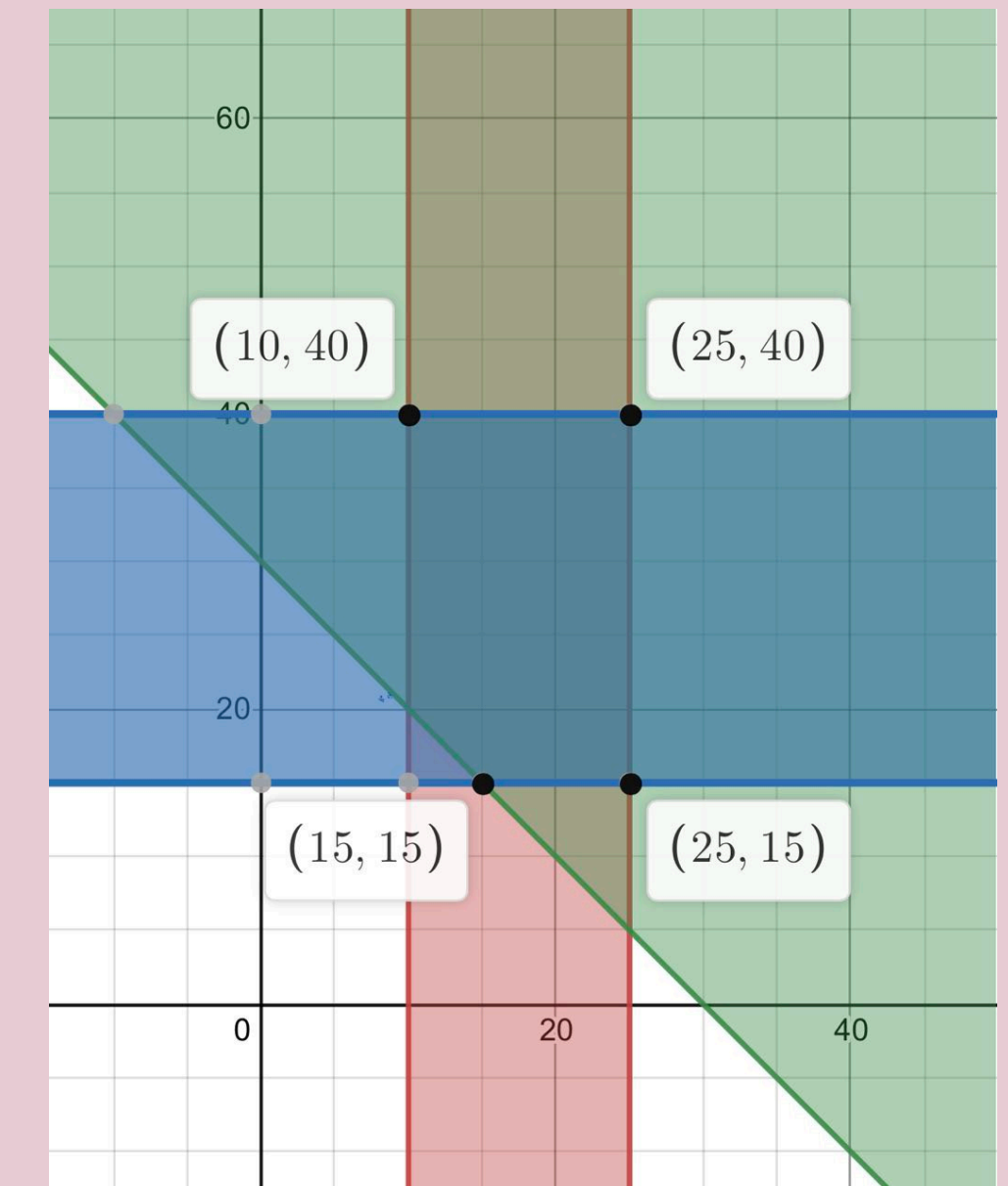
$$15 \leq y \leq 40$$

$$x + y \geq 30$$

. الهدف : الحصول على اكبر اجر

(x, y)	$50x + 30y$	$F(x, y)$	القيمة
(10, 40)	$(40)30 + (10)50$	1700	
(25, 40)	$(40)30 + (25)50$	2450	العظمى
(25, 15)	$(15)30 + (25)50$	1700	
(15, 15)	$(15)30 + (15)50$	1200	
(10, 20)	$(20)30 + (10)50$	1100	الصغرى

يجب على فهد صياغة 25 عقدا ، 40 اسوارا ليحصل على اكبر اجر .



المصفوفات

تطوير - إنتاج - توثيق

2) بيتزا : يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من البيتزا بثلاثة احجام في احد المطاعم .

	كبيرة	وسط	صغيرة
شمار البحر	35	24	13
الخصار	34	23	12
الدجاج	36	25	14
اللحم	37	27	15

(A) نظم هذه البيانات في مصفوفة A

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 12 & 23 & 34 \\ 13 & 24 & 35 \\ 14 & 25 & 36 \\ 15 & 27 & 37 \end{bmatrix}$$

(B) حدد رتبة المصفوفة .

هناك 4 صفوف و 3 أعمدة ، لذا فان رتبته من النوع 4×3

(C) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

قيمة العنصر a_{21} الموجودة في الصف 2 ، والعمود الأول ، وهي 13

استعمل المصفوفة $\underline{B} = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي :

1A) ما رتبة B ؟

بما ان B فيها 3 صفوف وعمودان فان رتبته 3×2

1B) ما قيمة b_{32} ؟

بما ان العنصر b_{32} موجود في الصف 3 والعمود 2 ، فان قيمته هي -1 .

عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق مختلفة في المملكة		
المنطقة	محافظة فئة أ	محافظة فئة ب
الرياض	12	8
مكة المكرمة	9	7
المدينة المنورة	4	4
القصيم	5	7

محافظات : يبين الجدول المجاور عدد المحافظات من الفئتين أ و ب في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة .

نظم البيانات في مصفوفة .

$$\begin{matrix} \text{مكة المكرمة} \\ \text{الرياض} \\ \text{المدينة المنورة} \\ \text{القصيم} \end{matrix} \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 9 & 7 \\ 4 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

اجمع عناصر كل عمود وفسر النتائج .

العمود الأول = 20

العمود الثاني = 26

يمثلان عدد المحافظات في كل من الفئتين أ و ب .

اجمع عناصر كل صف ، وفسر النتائج .

جمع عناصر الصف الأول والثاني والثالث والرابع = 30 , 16 , 8 , 12

وتمثل عدد المحافظات من الفئتين أ و ب في كل من مكة و الرياض و المدينة و القصيم على الترتيب .

هل إيجاد معدل عناصر كل صف او عناصر كل عمود يعطي
بيانات ذات معنى ؟

معدل عناصر كل صف او كل عمود ليس له معنى .

(2) إذا كانت $\underline{T} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ فأوجد $-4\underline{T}$

$$\begin{aligned} -4\underline{T} &= -4 \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -32 & 0 & -12 & 8 \\ 4 & 16 & 8 & -36 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(3) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$

$$= \begin{bmatrix} -72 & -30 \\ -30 & 24 \\ -24 & 42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -35 & 21 \\ 42 & -56 \\ 14 & 63 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -107 & -9 \\ 12 & -32 \\ -10 & 105 \end{bmatrix}$$

اوجد الناتج في كل مما يأتي اذا كان ذلك ممكنا :

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} \quad (1A)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 - (-4) & 4 - (12) \\ -9 - (8) & -5 - (-7) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 + 4 & 4 - 12 \\ -9 - 8 & -5 + 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -17 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix} \quad (1B)$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -13 & 5 & 9 \\ -11 & -1 & 11 \end{bmatrix}$$

(2) إذا كانت $\underline{U} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، $\underline{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $\underline{u} \underline{v}$.

هناك خطوات عدة لإجراء عملية الضرب أولاً الرتبة بس بما أنها مربعة فانه يمكن إجراء عملية الضرب (هو ضرب صف في عمود)

$$\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 64 & -50 \\ -18 & 13 \end{bmatrix}$$

هل يمكن إيجاد $\underline{A} \cdot \underline{B}$ في كل مما يأتي ، وان كانت كذلك ، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة .

(1A) $\underline{A}_{4 \times 6} \cdot \underline{B}_{6 \times 2}$

بما ان عدد اعمدة المصفوفة \underline{A} يساوي عدد صفوف المصفوفة \underline{B} ، فان مصفوفة حاصل الضرب $\underline{A} \cdot \underline{B}$ معرفه ، ورتبتها 4×2 .

(1B) $\underline{A}_{3 \times 2} \cdot \underline{B}_{3 \times 2}$

بما ان عدد اعمدة المصفوفة \underline{A} لا يساوي عدد صفوف المصفوفة \underline{B} ، فان مصفوفة حاصل الضرب $\underline{A} \cdot \underline{B}$ غير معرفه.

(5) إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $\underline{S} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{T} = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$

، فحدد ما إذا كانت المعادلة $(\underline{S} + \underline{T}) \underline{R} = \underline{S} \underline{R} + \underline{T} \underline{R}$ صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا .

$$\begin{aligned} (\underline{S} + \underline{T}) \underline{R} &= \left(\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 13 \\ -6 & 13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S} \underline{R} + \underline{T} \underline{R} &= \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 14 & 14 \\ 1 & 17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 24 \\ 0 & 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

لاحظ ان $(\underline{S} + \underline{T}) \underline{R} = \underline{S} \underline{R} + \underline{T} \underline{R}$

مبيعات : ارجع الى فقرة « لماذا؟ » بداية الدرس ، واستعمل ضرب المصفوفات لتحديد سعر بيع الأقلام في كل شهر .

$$\begin{bmatrix} 153 & 217 & 197 & 249 \\ 12 & 6 & 7 & 8 \\ 82 & 146 & 102 & 158 \end{bmatrix}$$

$$= [353 \quad 527 \quad 422 \quad 589]$$

اذن $\underline{AB} \neq \underline{BA}$ ، بصفة عامة .

(a) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ فهل $\underline{A} \underline{B} = \underline{B} \underline{A}$ ؟

$$\underline{AB} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 19 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\underline{BA} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -9 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$$

اذن $\underline{AB} \neq \underline{BA}$ ، بصفة عامة .

اوجد قيمة $\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$ باستعمال قاعدة الأقطار .

الخطوة 1: اعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحددة .

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -5 & 9 \\ -2 & -1 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$$

الخطوة 2: جد حاصل ضرب عناصر الأقطار وموازياتها .

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -5 & 9 \\ -2 & -1 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 9(5)(-4) + 4(-2)(6) + (-1)(-5)(2) \\ = -218$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -5 & 9 \\ -2 & -1 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= -4(-1)(4) + 6(5)(-5) + 2(-2)(9) \\ = -170$$

$$= -218 - (-170) = -48$$

اوجد قيمة كل محددة فيما يأتي :

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} \quad (1A)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = (-6)8 - (-7)10$$

$$= -48 + 70 \\ = 22$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} \quad (1B)$$

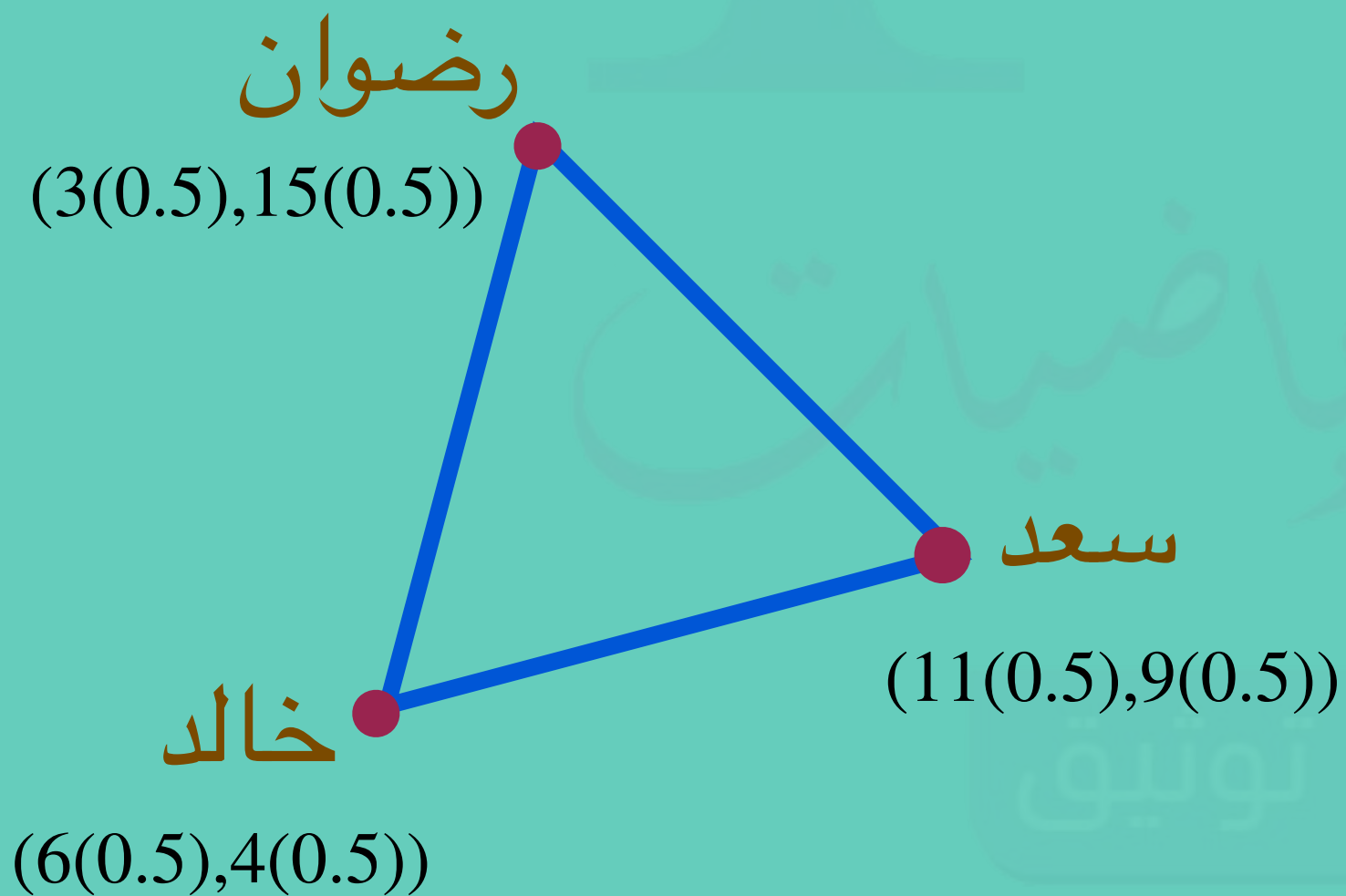
$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} = (-4)7 - (5)9$$

$$= -28 - 45 \\ = -73$$

خرائط : يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها ، فإذا كانت احداثيات هذه النقاط هي : $(3,15)$, $(6,4)$, $(11,9)$ ، بحيث تمثل كل وحدة على الخريطة 0.5 km . فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها .

يحل باستعمال قاعدة الأقطار :

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5.5 & 4.5 & 1 \\ 1.5 & 7.5 & 1 \end{vmatrix} = 8.75 \text{ Km}^2$$



اوجد قيمة $\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ باستعمال محددة المصفوفة 2×2

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -8 \begin{vmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0 & -8 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -8(27) - (-4)(24) + 4(15) = -216 + 96 + 60$$

$$= -60$$

حل النظام الآتي باستعمال كرامر:

$$8x - 5y = 70 \quad (4B)$$

$$9x + 7y = 3$$

أولاً: محددة المعاملات

$$c = \begin{vmatrix} 8 & -5 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} = 8(7) - (-5)(9) \\ = 101 \neq 0$$

ثانياً: إيجاد قيمة x, y

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{c}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 70 & -5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}}{101}$$

$$= 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{c}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 8 & 70 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}}{101}$$

$$= -6$$

حل النظام هو: $(5, -6)$

حل النظام الآتي باستعمال كرامر:

$$7x + 3y = 37 \quad (4A)$$

$$-5x - 7y = -41$$

أولاً: محددة المعاملات

$$c = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -7 \end{vmatrix} = 7(-7) - (-5) \\ (3) = -34 \neq 0$$

ثانياً: إيجاد قيمة x, y

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{c}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 37 & 3 \\ -41 & -7 \end{vmatrix}}{-34}$$

$$= 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{c}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 7 & 37 \\ -5 & -41 \end{vmatrix}}{-34}$$

$$= 3$$

حل النظام هو: $(4, 3)$

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي ، إن وجد :

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (2A)$$

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = 3(-4) - 1(7) = -19 \neq 0$$

$$2) \begin{bmatrix} -4 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3) y^{-1} = \frac{1}{-19} \begin{bmatrix} -4 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{19} & \frac{7}{19} \\ \frac{1}{19} & \frac{-3}{19} \end{bmatrix}$$

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (2B)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = 2(3) - (4)(1) = 10 \neq 0 \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$y^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{4}{10} & \frac{2}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \quad (3)$$

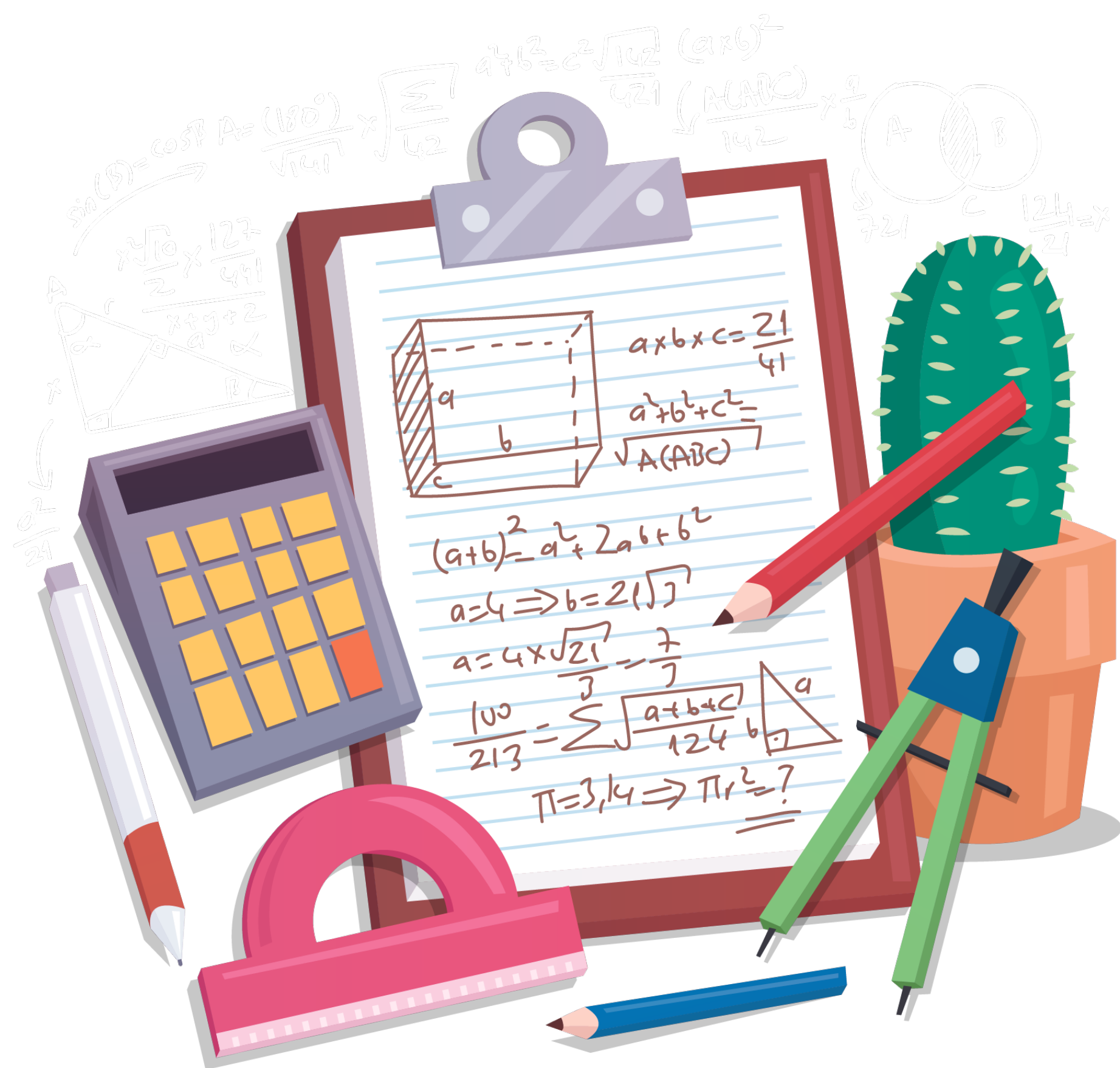
حدد ما إذا كانت كل من المصفوفتين تمثل نظيراً ضربياً للأخرى أم لا فيما يأتي :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{XY} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{YX} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

نعم ، لكل منهما نظير ضربي للأخرى .



كثيرات الحدود

9

دوالها

تطوير - إنتاج - توثيق

$$3i \cdot 4i \quad (2A)$$

$$3i \cdot 4i = 12i^2 \\ = -12$$

$$\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} \quad (2B)$$

$$\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} = i\sqrt{20} \cdot i\sqrt{12} \\ = i^2\sqrt{240} \\ = -4\sqrt{15}$$

$$i^{31} \quad (2C)$$

$$i^{31} = i^{30} \cdot i = (i^2)^{15} \cdot i = (-1)^{15} \cdot i \\ = -i$$

$$\sqrt{-18} \quad (1A)$$

$$\sqrt{-18} = \sqrt{-1 \cdot 9 \cdot 2} \\ = \sqrt{-1}\sqrt{9}\sqrt{2} \\ = i3\sqrt{2} \\ = 3i\sqrt{2}$$

$$\sqrt{-125} \quad (1B)$$

$$\sqrt{-125} = \sqrt{-1 \cdot 5 \cdot 5^2} \\ = i5\sqrt{5} \\ = 5\sqrt{5}i$$

(4) اوجد قيمتي x و y الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة: $5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$ صحيحة .

$$5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$$

الجزان التخيليان

$$3 + 2y = y - 6$$

$$y = -9$$

$$(4 + 6i) - (-1 + 2i) \quad (5B)$$

$$(-1 + 2i) + (4 + 6i) = (-1 + 2i) - (4 + 6i)$$

$$= 5 + 4i$$

الجزان الحقيقيان

$$5x + 1 = 2x - 2$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

$$(-2 + 5i) + (1 - 7i) \quad (5A)$$

$$(1 - 7i) + (-2 + 5i)$$

$$= -1 - 2i$$

$$4x^2 + 100 = 0 \quad (3A)$$

$$4x^2 + 100 = 0$$

$$4x^2 = -100$$

$$x^2 = -25$$

$$x = \pm \sqrt{-25}$$

$$x = \pm 5i$$

$$x^2 + 4 = 0 \quad (3B)$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm \sqrt{-4}$$

$$x = \pm 2i$$

$$\frac{-2i}{3+5i} \quad (7A)$$

$$\begin{aligned} \frac{-2i}{3+5i} &= \frac{-2i}{3+5i} \cdot \frac{3-5i}{3-5i} = \frac{-6i+10i^2}{9+25} \\ &= \frac{-6i-10}{34} = \frac{-10}{34} - \frac{6i}{34} = -\frac{5}{17} - \frac{3i}{17} \end{aligned}$$

$$\frac{2+i}{1-i} \quad (7B)$$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = \frac{2+2i+i+i^2}{2} = \frac{2+2i+i-1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3i}{2}$$

6) كهرباء : اوجد فرق الجهد لتيار متناوب شدته $2 - 4i$ أمبير ، ومعاوقته $3 - 2i$ أوم.

شدة التيار \times المقاومة = فرق الجهد

$$= (3 - 2j) \cdot (2 - 4j)$$

$$= 6 - 12j - 4j + 8j^2$$

$$= 6 - 12j - 4j - 8$$

$$= -2 - 16j$$

فرق الجهد = $-2 - 16j$ فولت

$$2x^2 + 25x + 33 = 0 \quad (1B)$$

$$2x^2 + 25x + 33 = 0$$

$$a = 2, b = 25, c = 33$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-25 \pm \sqrt{(25)^2 - 4(2)(33)}}{2(2)} =$$

$$\frac{-25 \pm \sqrt{625 - 264}}{4} =$$

$$= \frac{-25 \pm \sqrt{361}}{4}$$

$$= \frac{-25 \pm 19}{4}$$

$$x = \frac{-25 - 19}{4} = -11$$

و

$$x = \frac{-25 + 19}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 + 6x = 16 \quad (1A)$$

وضع المعادلة على الصورة

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$a = 1, b = 6, c = -16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{-6 - 10}{2} = -8$$

$$x = \frac{-6 + 10}{2} = 2$$

$$x^2 + 34x + 289 = 0 \quad (2B)$$

$$a = 1, b = 34, c = 289$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-34 \pm \sqrt{(34)^2 - 4(1)(289)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 1156}}{2}$$

$$= \frac{-34 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$= -17$$

حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام :

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \quad (2A)$$

$$a = 1, b = -16, c = 64$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4(1)(64)}}{2(1)}$$

=

$$= \frac{16 \pm \sqrt{256 - 256}}{2}$$

$$= \frac{16 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$= 8$$

حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام :

$$3x^2 + 5x + 1 = 0 \quad (3A)$$

$$3x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$a = 3, b = 5, c = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(3)(1)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 12}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{13}}{6} \quad \text{و} \quad x = \frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0 \quad (3B)$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = -8, c = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 36}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$x = \frac{8 + 2\sqrt{7}}{2}$$

$$= 4 + \sqrt{7}$$

$$, x = 4 - \sqrt{7}$$

$$x^2 - 4x = -13 \quad (4B)$$

$$x^2 - 4x + 13 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm i6}{2}$$

$$= 2 \pm 3i$$

حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام :

$$3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad (4A)$$

$$3x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$a = 3, b = 5, c = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(3)(4)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm i\sqrt{23}}{6}$$

اوجد قيمة المميز لكل من المعادلتين التربيعيتين الاتيتين ، وحدد عدد جذور كل منهما وانواعها :

$$-5x^2 + 8x - 1 = 0 \quad (5A)$$

$$-5x^2 + 8x - 1 = 0$$

$$a = -5 , b = 8 , c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-5)^2 - 4(-5)(1)$$

$$= 64 - 20 = 44$$

المميز موجب ، لذا يوجد جذران حقيقيان غير نسبيين .

$$-7x + 15x^2 - 4 = 0 \quad (5B)$$

$$15x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$a = 15 , b = -7 , c = -4$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-7)^2 - 4(15)(-4)$$

$$= 49 + 240 = 289$$

المميز موجب ، لذا يوجد جذران حقيقيان نسبيين .

حدد ما اذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود ام لا ، وان كانت كذلك فاذكر درجتها .

$$\frac{x}{y} + 3x^2 \quad (2A)$$

ليست كثيرة حدود ، لان $\frac{x}{y}$ ليست وحيدة حد .

$$x^5y + 9x^4y^3 - 2xy \quad (2B)$$

كثيرة حدود ، من الدرجة 7 .

بسط كل عبارة فيما يأتي مفترضا ان ايا من المتغيرات لا يساوي صفرا :

$$(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6}) \quad (1A)$$

$$\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7} \quad (1B)$$

$$(-7x^5y^{-6})(2x^{-3}y^3) = \left(\frac{2y^3}{x^3}\right)\left(\frac{-7x^5}{y^6}\right)$$

$$\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7} = \frac{5c^3}{-d^4}$$

$$= -\frac{5c^3}{d^4}$$

$$= \frac{-14x^2}{y^3}$$

$$(-2x^3y^2)^5 \quad (1D)$$

$$\left(\frac{a}{4}\right)^{-3} \quad (1C)$$

$$(-2x^3y^2)^5 = (-2)^5(x^3)^5(y^2)^5 = -32x^{15}y^{10}$$

$$\left(\frac{a}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{a}\right)^3 = \frac{4^3}{a^3}$$

$$= \frac{64}{a^3}$$

اوجد ناتج مايلي , واكتبه في ابسط صورة .

$$\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12) \quad (4A)$$

$$\frac{4}{3}x^2 (6x^2 + 9x - 12)$$

$$= 8x^4 + 12x^3 - 16x^2$$

$$-2a(-3a^2 - 11a + 20) \quad (4B)$$

$$-2a(-3a^2 - 11a + 20)$$

$$= 6a^3 + 22a^2 - 40a$$

اوجد ناتج كل مما ياتي , واكتبه في ابسط صورة .

$$(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5) \quad (3A)$$

$$(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$$

$$= (-x^2 - x^2) + (-3x - 2x) + (4 - 5)$$

$$= -2x^2 - 5x - 1$$

$$(3x^2 - 6) + (-x + 1) \quad (3B)$$

$$(3x^2 - 6) + (-x + 1)$$

$$= 3x^2 - x + 1 - 6$$

$$= 3x^2 - x - 5$$

$$(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1) \quad (5B)$$

$$(3x - 1)(2x^2 - 4x + 5)$$

$$= 3x(2x^2 - 4x + 5) - 1(2x^2 - 4x + 5)$$

$$= 6x^3 - 12x^2 + 15x - 2x^2 + 4x - 5$$

$$= 6x^3 - 14x^2 + 19x - 5$$

اوجد ناتج مايلي , واكتبه في ابسط صورة .

$$(x^2 + 4x + 16)(x - 4) \quad (5A)$$

$$(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$$

$$= x(x^2 + 4x + 16) - 4(x^2 + 4x + 16)$$

$$= x^3 + 4x^2 + 16x - 4x^2 - 16x - 64$$

$$= x^3 - 64$$

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج :

$$(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3) \quad (2A)$$

$$\begin{array}{r} x + 10 \\ x - 3 \overline{) x^2 + 7x - 30} \\ \underline{(-) x^2 - 3x} \\ 10x - 30 \\ \underline{(-) 10x - 30} \\ 0 \end{array}$$

$$(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1) \quad (2B)$$

$$\begin{array}{r} x - 12 \\ x - 1 \overline{) x^2 - 13x + 12} \\ \underline{(-) x^2 - x} \\ -12x + 12 \\ \underline{(-) -12x + 12} \\ 0 \end{array}$$

بسط العبارة :

$$(20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf) \quad (1A)$$

$$\begin{aligned} \frac{20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf}{4cdf} &= \frac{20c^4d^2f}{4cdf} - \frac{16cdf^2}{4cdf} + \frac{4cdf}{4cdf} \\ &= 5c^3d - 4f + 1 \end{aligned}$$

$$(18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1} \quad (1B)$$

$$\begin{aligned} \frac{18x^2y + 27x^3y^2z}{3xy} &= \frac{18x^2y}{3xy} + \frac{27x^3y^2z}{3xy} \\ &= 6x + 9yzx^2 \end{aligned}$$

استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج :

(4B) $(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2)$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 3 \quad -8 \quad 11 \quad -14} \\
 \underline{6 \quad -4 \quad 14} \\
 3 \quad -2 \quad 7 \quad | \quad 0
 \end{array}$$

ناتج القسمة هو $3x^2 - 2x + 7$ والباقي 0 .

(4D) $(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2)$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 6 \quad -8 \quad 0 \quad 12 \quad 12} \\
 \underline{12 \quad 8 \quad 16 \quad 56} \\
 6 \quad 4 \quad 8 \quad 28 \quad | \quad 42
 \end{array}$$

ناتج القسمة هو :

$$6b^3 + 4b^2 + 8b + 28 + \frac{42}{b-2}$$

(4A) $(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3)$

$$\begin{array}{r}
 -3 \overline{) 2 \quad 3 \quad -4 \quad 15} \\
 \underline{6 \quad 9 \quad -15} \\
 2 \quad -3 \quad 5 \quad | \quad 0
 \end{array}$$

ناتج القسمة هو $2x^2 - 3x + 15$ والباقي 0 .

(4C) $(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2)$

$$\begin{array}{r}
 -2 \overline{) 4 \quad 0 \quad 2 \quad -2 \quad 12} \\
 \underline{-8 \quad 16 \quad -36 \quad 80} \\
 4 \quad -8 \quad 18 \quad -40 \quad | \quad 29
 \end{array}$$

إذا لم يوجد أحد الحدود في كثيرة الحدود للمقسوم نضع بدله صفراً

ناتج القسمة هو :

$$4a^3 - 8a^2 + 18a - 40 + \frac{29}{a+2}$$

أي مما يأتي يكافئ العبارة : $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$ ؟

$$r - 6 + \frac{13}{1 - r} \quad (C)$$

$$r + 6 - \frac{13}{1 - r} \quad (D)$$

$$-r - 6 + \frac{13}{1 - r} \quad (A)$$

$$r + 6 \quad (B)$$

$$\begin{array}{r}
 -r - 6 \\
 -r + 1 \overline{) r^2 + 5r + 7} \\
 \underline{(-) r^2 - r} \\
 (-) 6r + 7 \\
 \underline{6r - 6} \\
 13
 \end{array}$$

$$-r - 6 + \frac{13}{1 - r} \text{ هو ناتج القسمة هو}$$

الإجابة A

$$(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4) \quad (5C)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{4}{5} & 3 & \frac{8}{5} & -\frac{21}{5} & \frac{6}{5} \\ & \downarrow & \frac{12}{5} & \frac{16}{5} & -\frac{4}{5} \\ \hline & 3 & 4 & -1 & \frac{2}{5} \end{array}$$

نتاج القسمة هو: $3b^2 + 4b - 1 + \frac{2}{5b-4}$

$$(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div (3c - 4) \quad (5D)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{4}{3} & 2 & -\frac{17}{3} & 2 & \frac{8}{3} \\ & \downarrow & \frac{8}{3} & -4 & -\frac{8}{3} \\ \hline & 2 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

نتاج القسمة هو: $2c^2 - 3c - 2$

استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج:

$$(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div (2x + 1) \quad (5A)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -\frac{1}{2} & 4 & 0 & -2 & \frac{1}{2} & 2 \\ & \downarrow & -2 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \hline & 4 & -2 & -1 & 1 & \frac{3}{2} \end{array}$$

نتاج القسمة هو: $4x^3 - 2x^2 - x + 1 + \frac{3}{2x+1}$

$$(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div (4y - 1) \quad (5B)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & 0 & -4 & 0 & 1 \\ & \downarrow & \frac{1}{2} & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \\ \hline & 2 & 0 & 0 & -4 & -1 & \frac{3}{4} \end{array}$$

نتاج القسمة هو: $2y^2 - 4y - 1 + \frac{3}{4y-1}$

2 (تنفس : اوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوان .

$$v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$$

$$\begin{aligned} v(4) &= -0.037(4)^3 + 0.152(4)^2 + 0.173(4) \\ &= 0.756L \end{aligned}$$

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيا يأتي ، واذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد ، فاذكر السبب :

$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad (1A)$$

ليست كثيرة حدود لان احد الحدود يحتوي متغيرا في المقام .

$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad (1B)$$

الدرجة 6 ، العامل الرئيس 5 .

$$8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3 \quad (1C)$$

الدرجة 6 ، العامل الرئيس -1 .

(3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d+3) - 0.5h(d)$

$$0.5h(d) = 0.5 [2d^2 + 5d + 3]$$

$$= d^2 + 2.5d + 1.5$$

$$h(-4d + 3) = 2(-4d + 3)^2 + 5(-4d + 3) + 3$$

$$= 2(16d^2 - 24d + 9) - 20d + 15 + 3$$

$$= 32d^2 - 68d + 36$$

$$h(-4d + 3) - 0.5h(d)$$

$$= 32d^2 - 68d + 36 - d^2 - 2.5d - 1.5$$

$$= 31d^2 - 70.5d + 34.5$$

(3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$

$$g(5a - 2) = [(5a - 2)^2 - 5(5a - 2) + 8]$$

$$= 25a^2 - 20a + 4 - 25a + 10 + 8$$

$$= 25a^2 - 45a + 22$$

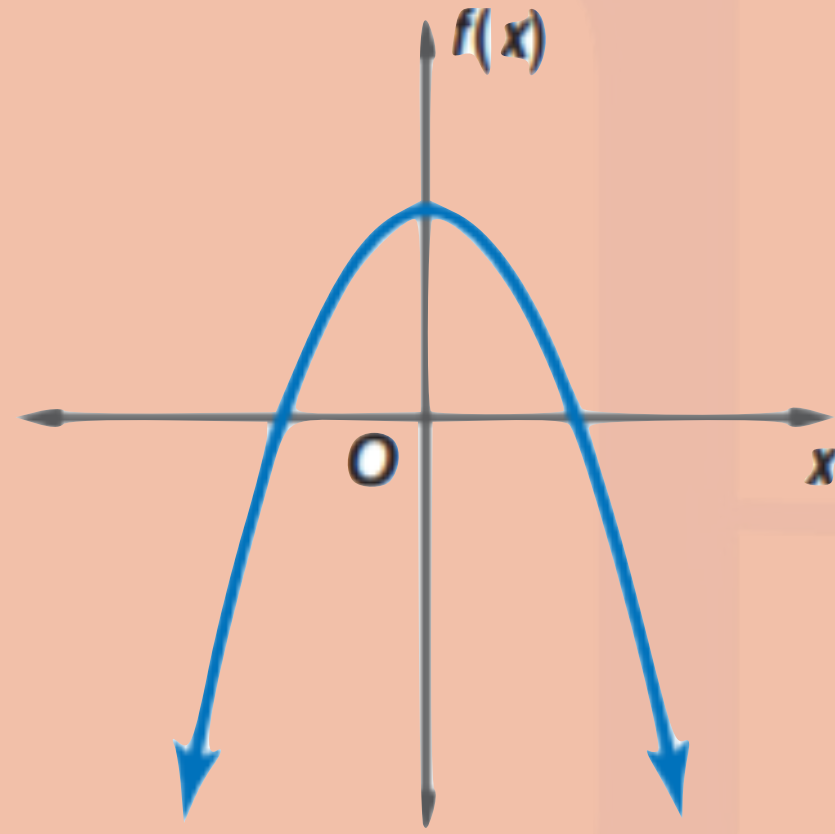
$$3g(2a) = 3 [(2a)^2 - 5(2a) + 8]$$

$$= 3 [4a^2 - 10a + 8]$$

$$= 12a^2 - 30a + 24$$

$$g(5a - 2) + 3g(2a) = 37a^2 - 75a + 46$$

- اجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- ❖ صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - ❖ حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية .
 - ❖ اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة .



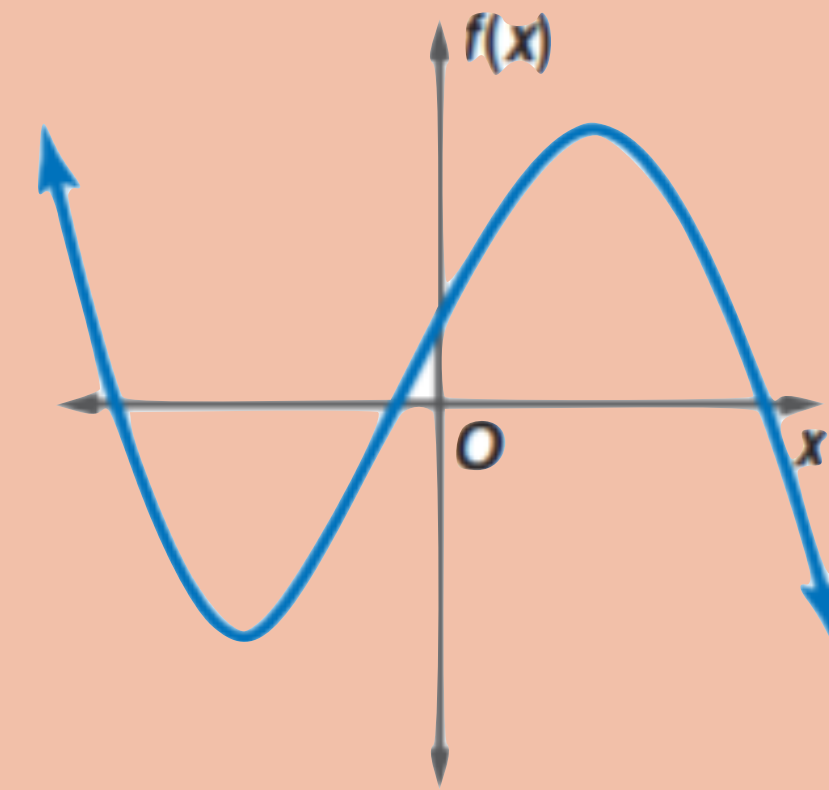
(4B)

عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$

عندما $x \rightarrow \infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$

- زوجية الدرجة ، لأن سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاه نفسه .
- صفران حقيقيان ، لأن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في نقطتين .

- اجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- ❖ صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - ❖ حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية .
 - ❖ اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة .



(4A)

عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$

عندما $x \rightarrow +\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$

- فردية الدرجة ، لأن سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاهين مختلفين .
- 3 أصفار حقيقية ، لأن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في 3 نقاط .

حل كلا من كثيرتي الحدود الاتيتين تحليلًا تامًا ، واذا لم يكن ذلك ممكنًا ، فاكتب كثيرة حدود أولية .

$$30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2 \quad (2A)$$

$$\begin{aligned} & 30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2 \\ &= (30ax - 24bx + 6cx) - (5ay^2 - 4by^2 + cy^2) \\ &= 6x(5a - 4b + c) - y^2(5a - 4b + c) \\ &= (6x - y^2)(5a - 4b + c) \end{aligned}$$

$$13ax + 18bz - 15by - 14az \quad (2B)$$

كثيرة حدود أولية .

حل كلا من كثيرتي الحدود الاتيتين تحليلًا تامًا ، واذا لم يكن ذلك ممكنًا ، فاكتب كثيرة حدود أولية .

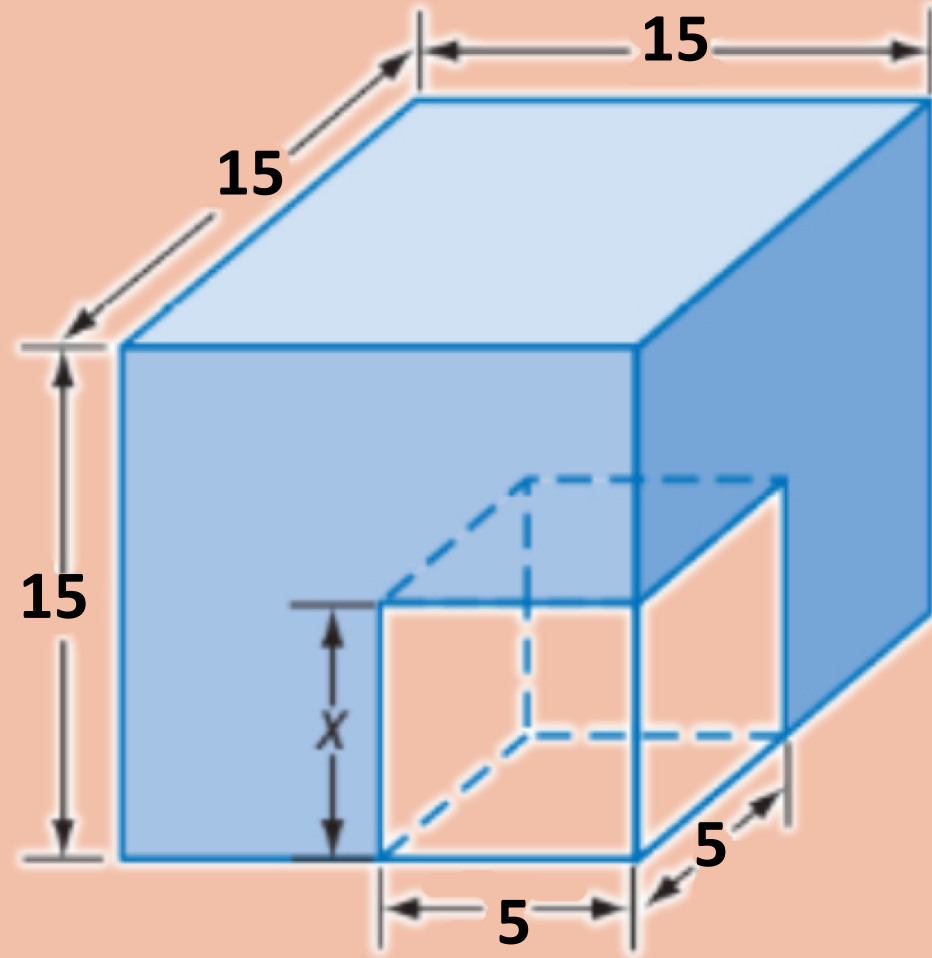
$$5y^4 - 320yz^3 \quad (1A)$$

$$\begin{aligned} 5y^4 - 320yz^3 &= 5y(y^3 - 64z^3) \\ &= 5y((y)^3 - (4z)^3) \\ &= 5y(y - 4z)(y^2 + 4yz + 16z^2) \end{aligned}$$

$$-54w^4 - 250wz^3 \quad (1B)$$

$$\begin{aligned} -54w^4 - 250wz^3 &= -2w(27w^3 + 125z^3) \\ &= -2w((3w)^3 + (5z)^3) \\ &= -2w(3w + 5z)(9w^2 - 15wz + 25z^2) \end{aligned}$$

4 (هندسة : اذا كان طول حرف المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير , وحجم الجزء المتبقي $3250cm^3$, فأوجد بعدي المكعبين .



$$(3x)^3 - x^3 = 3250$$

$$27x^3 - x^3 = 3250$$

$$26x^3 = 3250$$

$$x^3 = 125$$

$$x = 5$$

حل كلا من كثيرتي الحدود الاتيتين تحليلًا تامًا , واذا لم يكن ذلك ممكنًا , فاكتب كثيرة حدود أولية .

$$a^6 + b^6 \quad (3A)$$

$$a^6 + b^6 = (a^2)^3 + (b^2)^3$$

$$= (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$$

$$x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3 \quad (3B)$$

$$x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$$

$$= x^3(x^2 + 4x + 4) + y^3(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x^3 + y^3)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + 2)^2$$

حل المعادلة التالية :

$$4x^4 - 8x^2 + 3 = 0 \quad (6A)$$

$$(2x^2)^2 - 4(2x^2) + 3 = 0$$

$$u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$(u - 1)(u - 3) = 0$$

$$u - 1 = 0 \quad , \quad u - 3 = 0$$

$$u = 1 \quad , \quad u = 3$$

$$2x^2 = 1 \quad \text{و} \quad 2x^2 = 3$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

حلول المعادلة هي :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \frac{\sqrt{6}}{2} \quad , \quad -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

اكتب كلا من العبارتين الاتيتين في الصورة التربيعية ان امكن ذلك :

$$x^4 + 5x + 6 \quad (5A)$$

لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية .

$$8x^4 + 12x^2 + 18 \quad (5B)$$

$$8x^4 + 12x^2 + 18 = 2(2x^2)^2 + 6(2x^2) + 18$$

$$= 2u^2 + 6u + 18$$

حل المعادلة التالية :

$$8x^4 + 10x^2 - 12 = 0 \quad (4B)$$

$$2(2x^2)^2 + 5(2x^2) - 12 = 0$$

$$2u^2 + 5u - 12 = 0$$

$$(2u - 3)(u + 4) = 0$$

$$2u - 3 = 0 \quad , \quad u + 4 = 0$$

$$u = \frac{3}{2} \quad , \quad u = -4$$

$$2x^2 = \frac{3}{2} \quad , \quad 2x^2 = -4$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad x = \pm i\sqrt{2}$$

حلول المعادلة هي :

$$\frac{-\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad i\sqrt{2} \quad , \quad -i\sqrt{2}$$

تطوير - إنتاج - توثيق

مدارس : يمكن استعمال الدالة $c(x) = 2.4x^3 - 22.3x^2 + 53.8x + 548.2$ لتقدير عدد الطلاب في إحدى المناطق منذ عام 1427 هـ ، حيث تمثل x عدد السنوات ، $C(x)$ عدد الطلاب بالآلاف ، قدر عدد طلاب المنطقة عام 1442 هـ .

15	2.4	-22.3	53.8	548.2
	↓	36	205.5	3889.5
	2.4	13.7	259.3	4437.7

عدد الطلاب المتوقع في عام 1442 هـ هو 44377 تقريبا .

3) حدد ما إذا كان $x - 2$ عاملا من عوامل كثيرة الحدود $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ أم لا ، ثم اوجد عواملها الأخرى .

2	1	-7	4	12
	↓	2	-10	-12
	1	-5	-6	0

$$P(2) = (2)^3 - 7(2)^2 + 4(2) + 12$$

$$= 8 - 28 + 8 + 12$$

$$= 28 - 28 = 0$$

بما ان باقي القسمة يساوي صفرا ، اذن عامل لكثيرة الحدود $x - 2$.

$$x^3 - 7x^2 + 4x + 12 = (x - 2)(x^2 - 5x - 6)$$

$$= (x - 2)(x - 6)(x + 1)$$

1A) إذا كان $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$ ، فأوجد $F(3)$.

$$F(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$$

$$F(3) = 3(3)^3 - 6(3)^2 + 3 - 11$$

$$= 81 - 54 + 3 - 11$$

$$= 19$$

1B) $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$ ، فأوجد $g(-1)$.

$$g(x) = 4(x)^5 + 2(x)^3 + x^2 - 1$$

$$g(-1) = 4(-1)^5 + 2(-1)^3 + (-1)^2 - 1$$

$$= -4 - 2 + 1 - 1$$

$$= -6$$

$$x^4 - 16 = 0 \quad (1B)$$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x = \pm 2i, x = \pm 2$$

للمعادلة جذران حقيقيان وجذران تخيليان .

$$3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0 \quad (1C)$$

$$(9x - 3)(3x^3 - x^2) = 0$$

$$x^2 (3x - 1) + 3(3x - 1) = 0$$

$$(3x - 1)(x^2 + 3) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad x = \pm i\sqrt{3}$$

للمعادلة جذر حقيقي واحد وجذران تخيليان .

حل كل معادلة مما يأتي ن واذكر عدد جذورها , ونوعها :

$$x^3 + 2x = 0 \quad (1A)$$

$$x^3 + 2x = 0$$

$$x(x^2 + 2) = 0$$

$$x = 0, x^2 + 2 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{2} i$$

للمعادلة جذر حقيقي واحد هو 0 ، وجذران تخيليان هما

$$\sqrt{2} i, -\sqrt{2} i$$

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها اقل ما يمكن , ومعاملات حدودها اعداد صحيحة ,
اذا كان العددان $1 + 2i$, -1 من اصفارها .

بما ان $1 + 2i$ صفر للدالة , فان $1 - 2i$ أيضا صفر للدالة بحسب نظرية الاصفار المركبة المترافقة .

لذا فان $(x + 1)$, $(x - (1 + 2i))$, $(x - (1 - 2i))$

$$F(x) = (x+1)[x - (1 + 2i)][x - (1 - 2i)]$$

$$= (x + 1)[(x - 1) - 2i][(x - 1) + 2i]$$

$$= (x + 1)[(x - 1)^2 - (2i)^2]$$

$$= (x + 1)[x^2 - 2x + 1 + 4]$$

$$= (x + 1)[x^2 - 2x + 5]$$

$$= x^3 - 2x^2 + 5x + x^2 - 2x + 5$$

$$= x^3 - x^2 + 3x + 5$$

2) اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة , والحقيقية السالبة , والتخيلية للدالة .

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

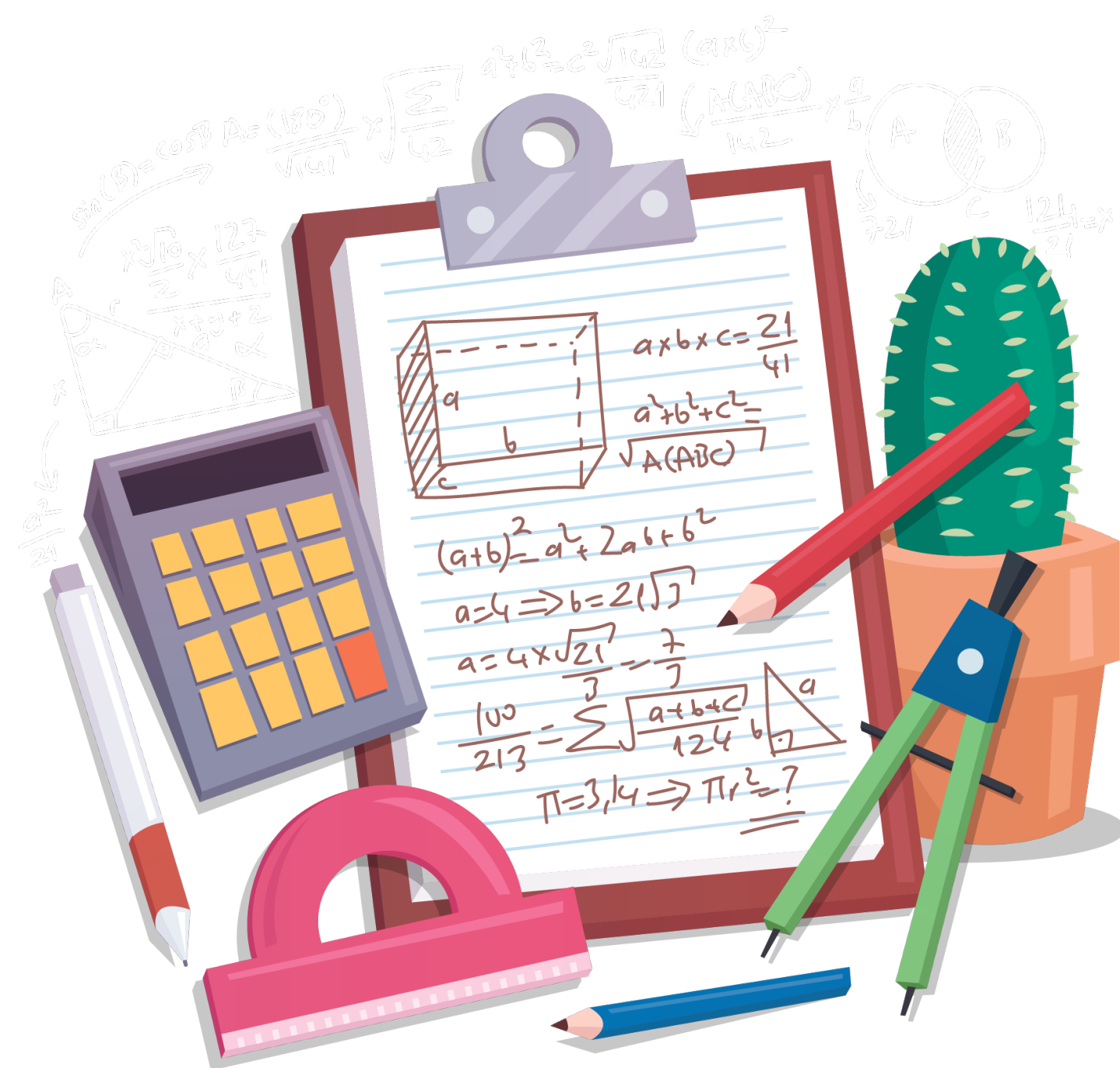
عدد الاصفار الحقيقية الموجبة هي : 0 او 2

عدد الاصفار الحقيقية السالبة هي : 3 او 1

عدد الاصفار الحقيقية والتخيلية الممكنة :

مجموع عدد الاصفار	عدد الاصفار التخيلية	عدد الاصفار الحقيقية السالبة	عدد الاصفار الحقيقية الموجبة
5	0	3	2
	2	1	2
	2	3	0
	4	1	0

العلاقات والدوال العكسية والجذرية



تطوير - إنتاج - توثيق

$$F(x) = x^2 - 7x + 2, g(x) = x + 4$$

$$(f \cdot g)(x) \quad (1A)$$

$$f(x) \cdot g(x) = (x)(f \cdot g)$$

$$= (x^2 - 7x + 2)(x + 4)$$

$$= x(x^2 - 7x + 2) + 4(x^2 - 7x + 2)$$

$$= x^3 - 7x^2 + 2x + 4x^2 - 28x + 8$$

$$= x^3 - 3x^2 - 26x + 8$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (1B)$$

$$(f/g)(x)$$

$$= f(x)/g(x)$$

$$= (x^2 - 7x + 2)/(x + 4), \quad x \neq -4$$

إذا كان $F(x) = x^2 + 5x - 2, g(x) = 3x - 2$ فأوجد كل دالة فيما يأتي :

$$(f + g)(x) \quad (1A)$$

$$f(x) + g(x) = (x)(f + g)$$

$$= (x^2 + 5x - 2) + (3x - 2)$$

$$= x^2 + 8x - 4$$

$$(f - g)(x) \quad (1B)$$

$$f(x) - g(x) = (x)(f - g)$$

$$= (x^2 + 5x - 2) - (3x - 2)$$

$$= x^2 + 5x - 2 - 3x + 2$$

$$= x^2 + 2x$$

$$f(x) = x^2 + 2, \quad g(x) = x - 6 \quad (3B)$$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f[x - 6]$$

$$= (x - 6)^2 + 2$$

$$= x^2 - 12x + 36 + 2$$

$$= x^2 - 12x + 38$$

$$[g \circ f](x) = g[f(x)]$$

$$= g[f(x)]$$

$$= g(x^2 + 2)$$

$$= x^2 + 2 - 6$$

$$= x^2 - 4$$

ملاحظة:

$$Fog \neq gof$$

أوجد $[f \circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية ، إذا كان ذلك ممكناً :

$$g(x) \{(4, 3), (2, -1), (9, 4), (3, 10)\}, F(x) = \{(3, -2), (-1, -5), (4, 7), (10, 8)\} \quad (3A)$$

لإيجاد $f \circ g$ ، أوجد قيم $g(x)$ أولاً ثم استعملها كقيم من مجال الدالة f لإيجاد $f[g(x)]$

$$F(g(x)) = f(g(4)) = -2$$

$$= f(g(2)) = -5$$

$$= f(g(9)) = 7$$

$$= F(g(3)) = 8$$

$$f \circ g = \{(4, -2), (2, -5), (9, 7), (3, 8)\}$$

لإيجاد $g \circ f$ ، أوجد قيم $f(x)$ أولاً ثم استعملها كقيم من مجال الدالة g ، لإيجاد $g(f(x))$.

$$g(f(x)) = g(f(3)) = \text{غير معرف}$$

$$= g(f(-1)) = \text{غير معرف}$$

$$= g(f(4)) = \text{غير معرف}$$

$$= g(f(10)) = \text{غير معرف}$$

دالة التركيب غير معرفة

الدالتين غير ابداليتين

تسوق : يقدم محل أجهزة كهربائية عرضين معا على جهاز كهربائي هما : خصم %35 ربالا , وتخفيض نسبته %15 , فاذا كان سعر الجهاز الأصلي 300 ريال , فأيهما يعطي سعرا اقل : تطبيق التخفيض قبل الخصم ام بعده ؟

$$g(x) = x - 35 , f(x) = x - 0.15x = 0.85x$$

. التخفيض أولا ثم الخصم ثانيا

$$\begin{aligned} [g \circ f](x) &= g(f(x)) \\ &= g(0.85x) \\ &= 0.85x - 35 \\ &= 0.85(300) - 35 \\ &= 220 \end{aligned}$$

السعر النهائي للجهاز سيكون اقل عندما يكون

.التخفيض أولا ثم الخصم ثانيا

. الخصم أولا ثم التخفيض ثانيا

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f[x - 35] \\ &= 0.85(x - 35) \\ &= 0.85x - 29.75 \\ &= 0.85(300) - 29.75 \\ &= 225.25 \end{aligned}$$

(1) هندسة : اذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة $\{(-8, -3), (-8, -6), (-3, -6)\}$ فأوجد العلاقة العكسية لها , وصف تمثيلها البياني , تمثل احداثيات رؤوس مثلث قائم الزاوية .

العلاقة الاصلية :

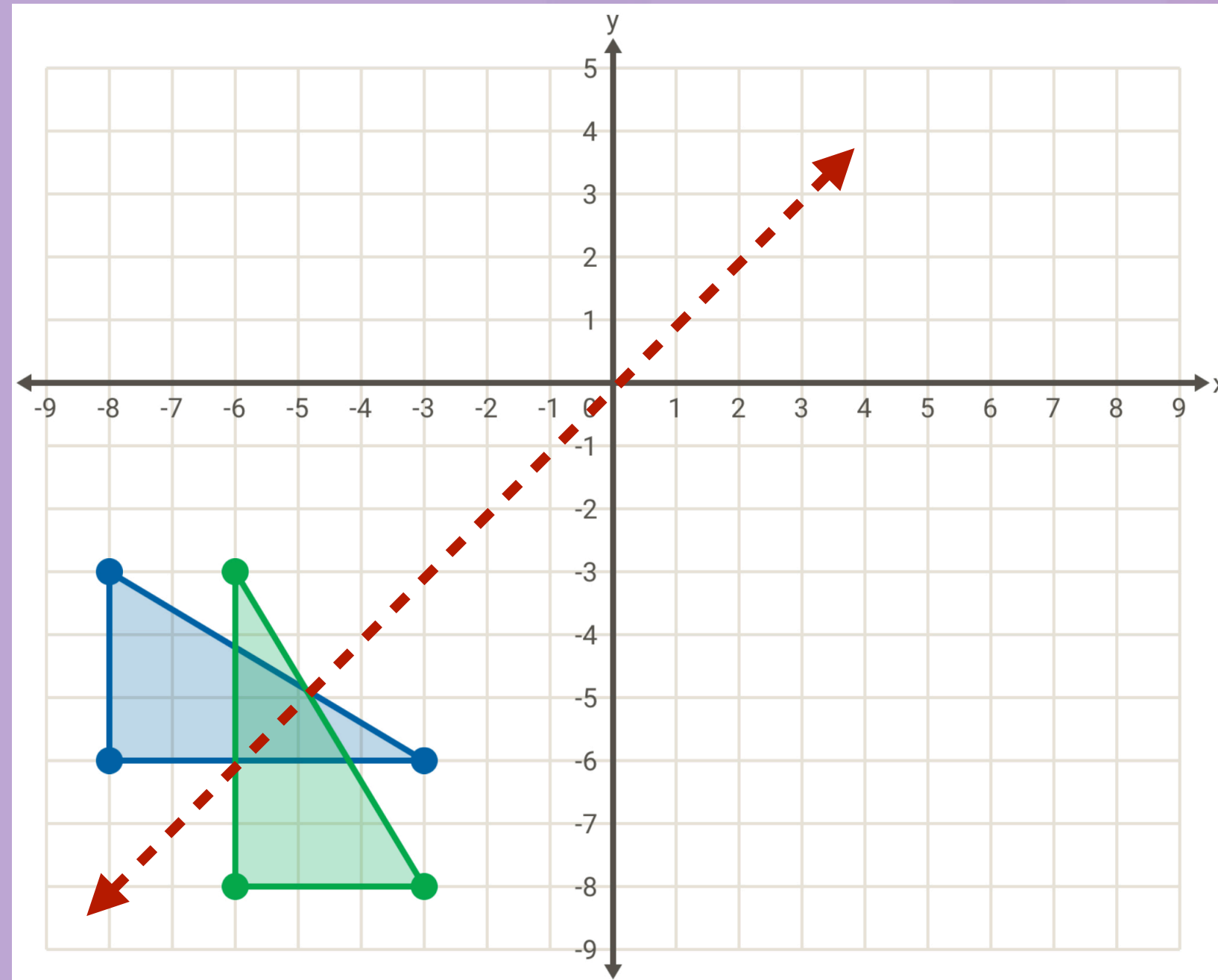
$$\{(-8, -3), (-8, -6), (-3, -6)\}$$

العلاقة العكسية :

$$\{(-3, -8), (-6, -8), (-6, -3)\}$$

وصف تمثيلها البياني :

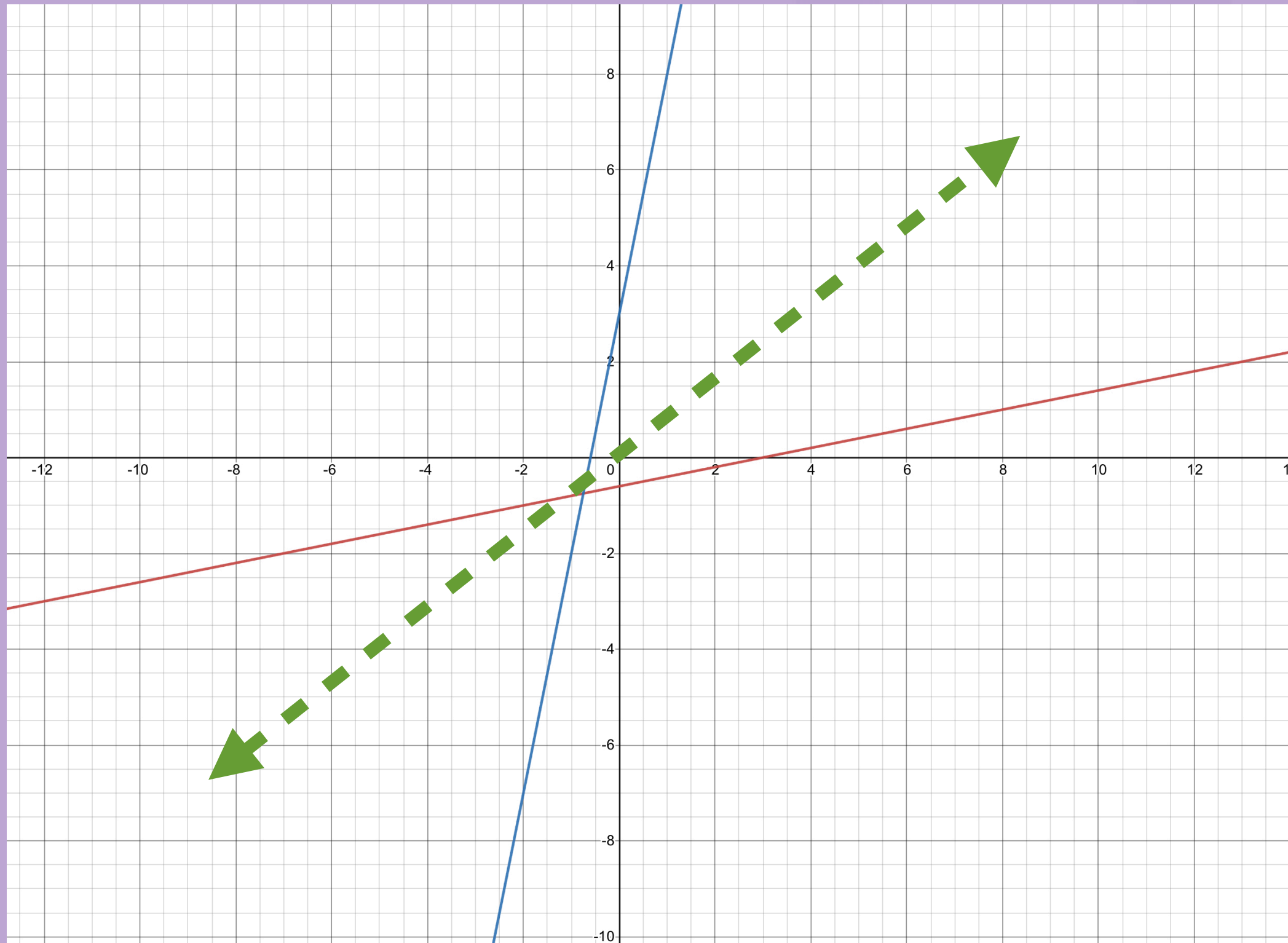
انعكاس لرؤوس المثلث حول المستقيم $y = x$.



اوجد معكوس كل من الدالتين الاتيتين , ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيا على مستوى احداثي واحد .

$$f(x) = \frac{x - 3}{5} \quad (2A)$$

خطوات إيجاد معكوس دالة :

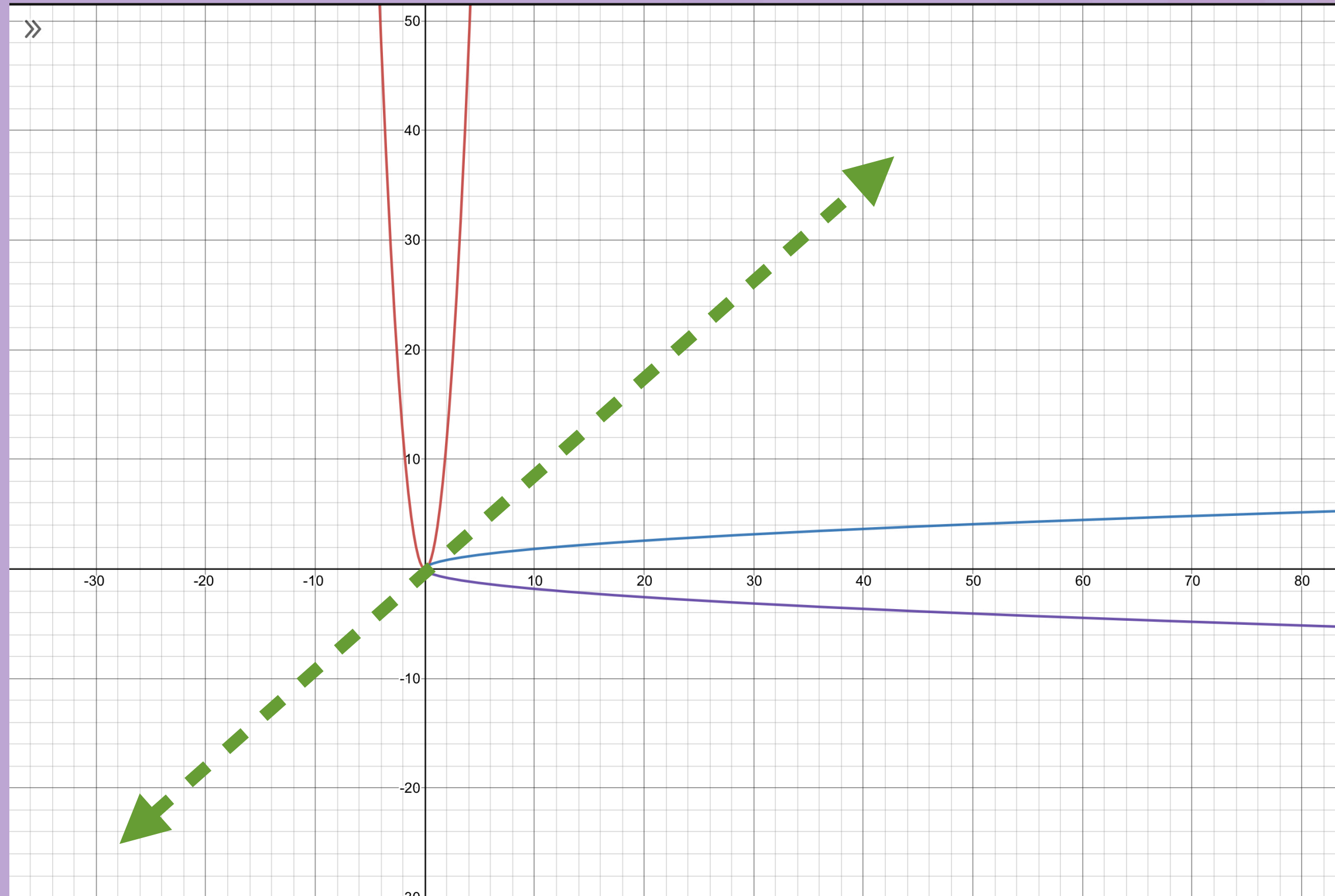


$y = \frac{x - 3}{5}$	1. نعيد كتابة الدالة كمعادلة
$x = \frac{y - 3}{5}$	2. نبدل بين كل من المتغيرين x, y
$y = 5x + 3$	3. نحل المعادلة بالنسبة للمتغير y
$f^{-1} = 5x + 3$	4. نضع $f^{-1}(x)$ بدلا من المتغير y

اوجد معكوس كل من الدالتين الاتيتين , ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيا على مستوى احداثي واحد .

$$f(x) = 3x^2 \quad (2B)$$

خطوات إيجاد معكوس دالة :



$y = 3x^2$	1. نعيد كتابة الدالة كمعادلة
$x = 3y^2$	2. نبدل بين كل من المتغيرين x, y
$y = \pm \sqrt{\frac{1}{3}x}$	3. نحل المعادلة بالنسبة للمتغير y
$f^{-1} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}x}$	4. نضع $f^{-1}(x)$ بدلا من المتغير y

$$F(x) = 2x^3 - 1, g(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{2}} \quad (3B)$$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f\left[\sqrt[3]{\frac{x+1}{2}}\right]$$

$$2\left(\sqrt[3]{\frac{x+1}{2}}\right)^3 - 1 = x$$

$$[g \circ f](x) = g[f(x)]$$

$$= g[2x^3 - 1]$$

$$\sqrt[3]{\frac{2x^3 - 1 + 1}{2}} = x$$

اذن ، تمثل كل من الدالتين دالة عكسية للأخرى لان

$$[g \circ f](x) = [f \circ g](x) = x$$

في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى ام لا ؟ ووضح اجابتك .

$$F(x) = 3x - 3, g(x) = \frac{1}{3}x + 4 \quad (3A)$$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f\left[\frac{1}{3}x + 4\right]$$

$$= 3\left(\frac{1}{3}x + 4\right) - 3$$

$$= x + 9$$

بما ان ، $[f \circ g](x) \neq x$ ،
فان الدالتين

$f(x)$, $g(x)$ لا تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى .

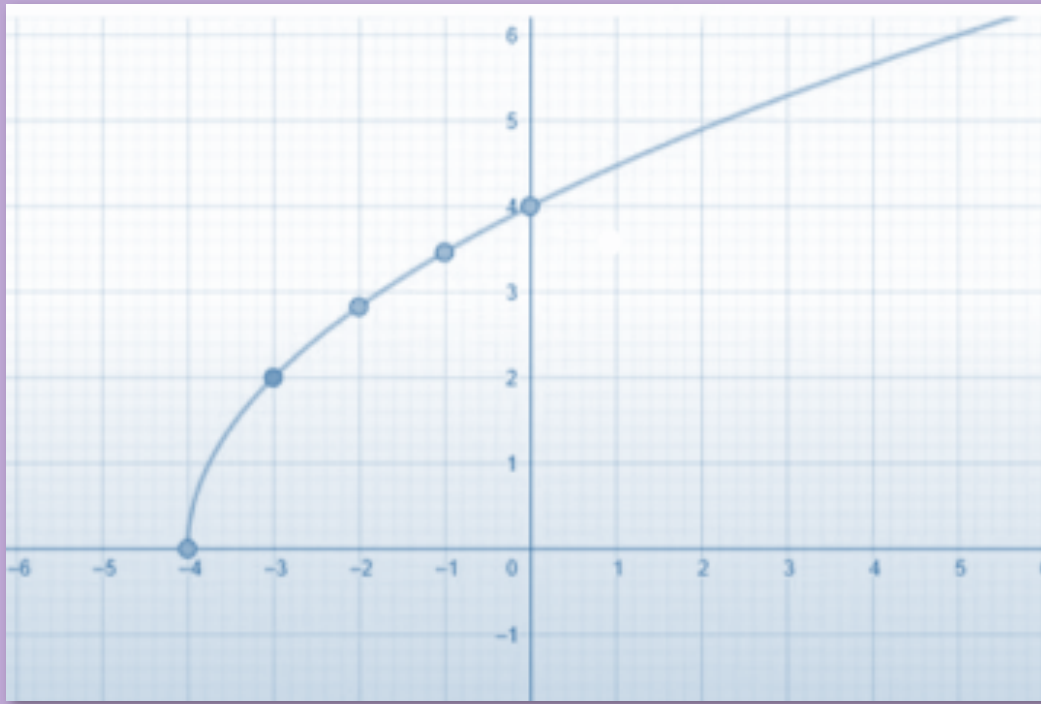
مثل كل دالة مما يأتي بيانيا , وحدد مجالها ومدنها .

$$F(x) = 2\sqrt{x+4} \quad (2A)$$

القيمة الصغرى للدالة عند $(-4, 0)$

نكون جدول من قيم x حيث $x \geq -4$

نمثل الدالة بيانيا .



x	y
-4	0
-3	2
-1	2.83
0	4

سلوك الدالة : كلما زادت x زادت y .

المدى : $\{f(x) \mid f(x) \geq 0\}$

المجال : $\{x \mid x \geq -4\}$

عين كلا من المجال والمدى للدالة

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad (1A)$$

مجال دالة الجذر التربيعي يشمل فقط القيم التي يكون ما تحت الجذر عندها غير سالب .

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

وبالتالي فالمجال هو: $\{x \mid x \geq 3\}$

والمدى هو : $\{f(x) \mid f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x+6} + 2 \quad (1B)$$

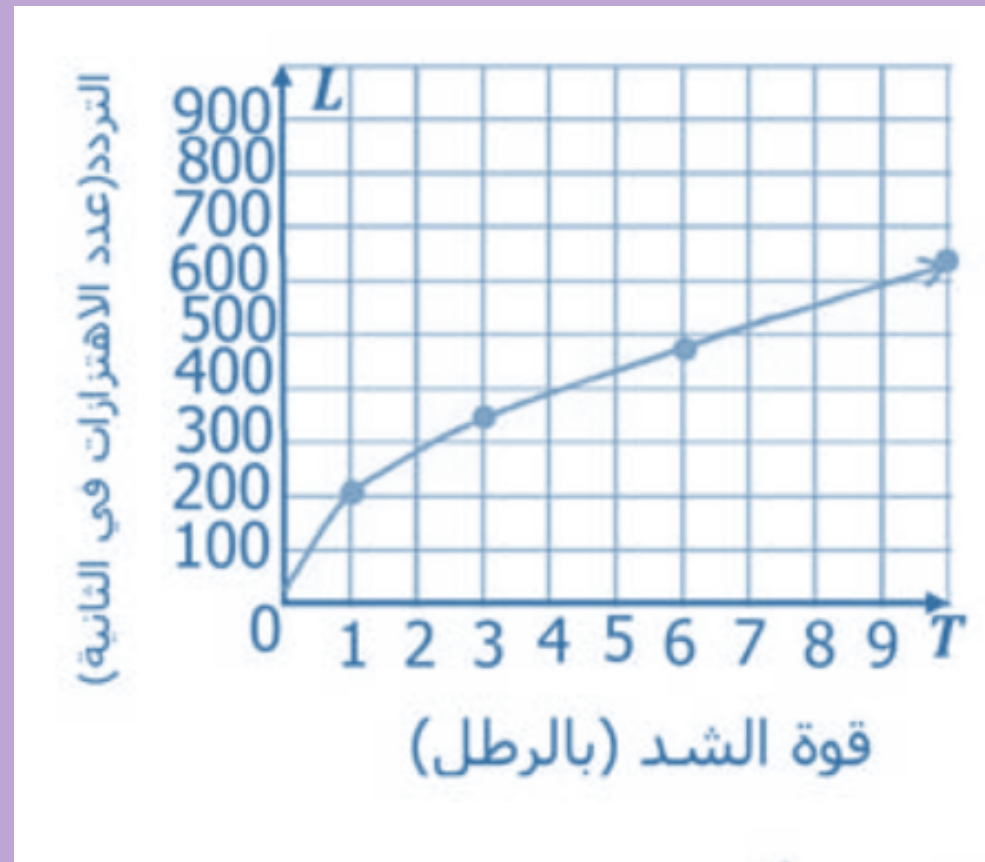
المجال هو : $\{x \mid x \geq -6\}$

المدى هو : $\{f(x) \mid f(x) \geq 2\}$

3 صوت : يمكن تحديد تردد اهتزازات وتر مشدود باستعمال الدالة : $f = 200\sqrt{m_t}$, حيث f تمثل عدد الاهتزازات في الثانية , m_t كتلة ثقل قوة الشد مقيسة بالرطل . مثل هذه الدالة بيانيا في الفترة $0 \leq m_t \leq 10$. ثم اوجد التردد عندما تكون قوة الشد 3 ارطال .

$$F = 200\sqrt{m_t}$$

المجال $\{m_t | m_t \geq 0\}$



T	L
0	0
1	200
3	346.4
6	489.9
8	555.2
10	632.5

التردد يساوي 346.4 تقريبا .

مثل كل دالة مما يأتي بيانيا , وحدد مجالها ومداهها .

$$f(x) = -3\sqrt{x-1} + 2 \quad (2B)$$

القيمة الصغرى لمجال الدالة عند $x = 1$

نكون جدولاً من قيم x حيث $x \geq 1$

نمثل الدالة بيانيا .



x	y
1	2
2	-1
3	-2.24
4	-3.20
5	-4

سلوك الدالة : كلما زادت x نقصت y .

المجال : $\{x | x \geq 1\}$

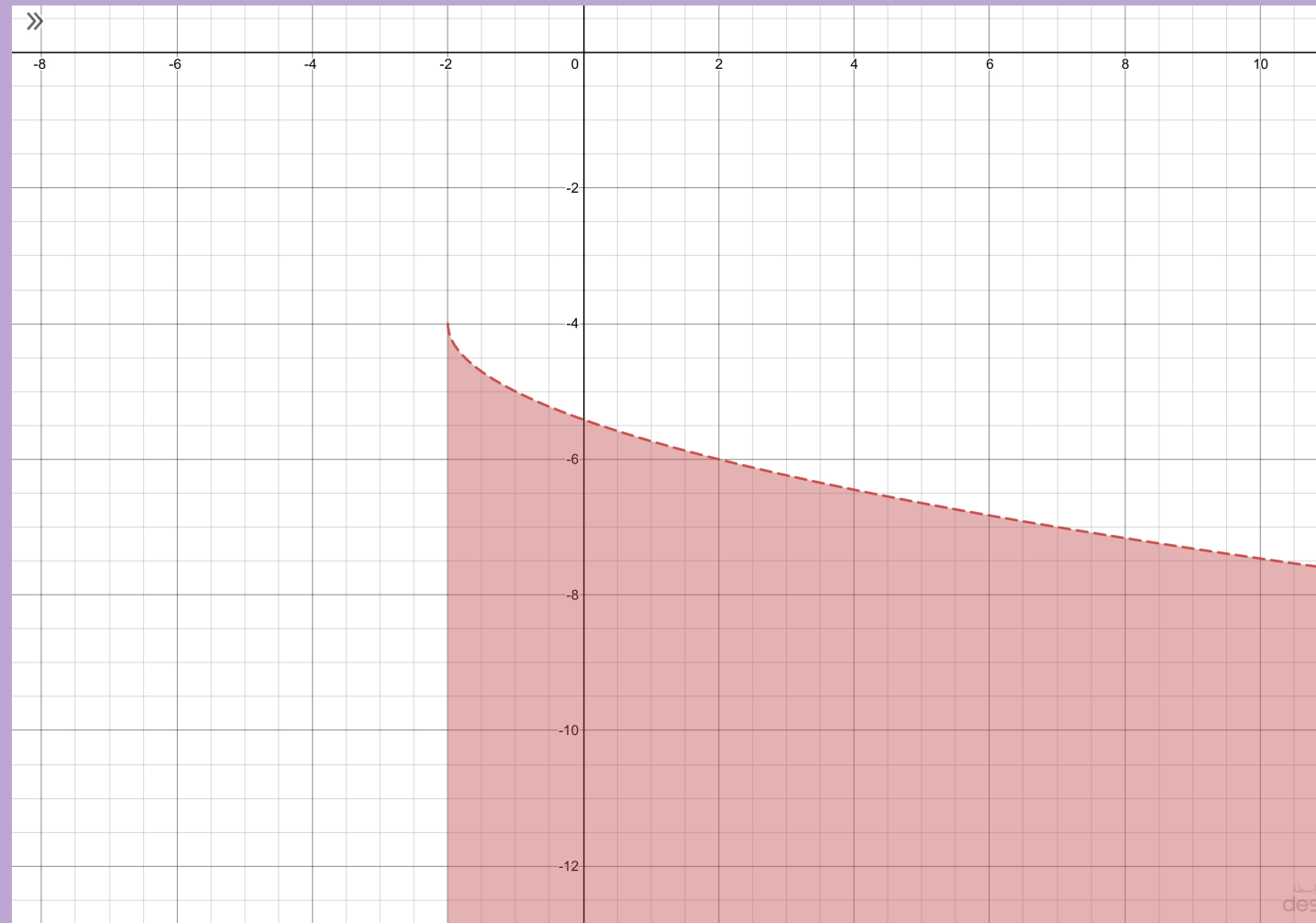
المدى : $\{f(x) | f(x) \leq 2\}$

$$f(x) < -\sqrt{x+2} - 4 \quad (4B)$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

x	y
-2	-4
2	-6
7	-7



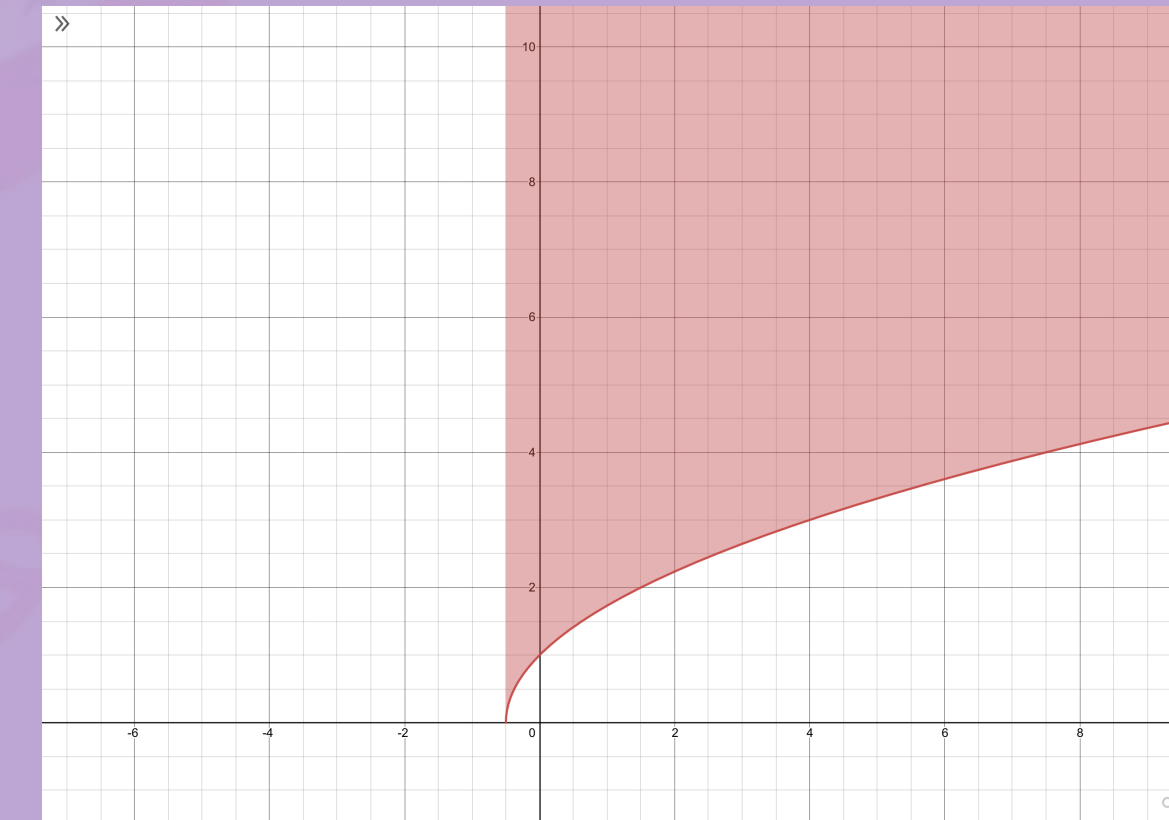
مثل المتباينة بيانياً .

$$F(x) \geq \sqrt{2x+1} \quad (4A)$$

❖ تحويل المتباينة الى دالة ، $y = \sqrt{2x+1}$

❖ نوجد مجال الدالة ، $\left\{ x \mid x \geq -\frac{1}{2} \right\}$

❖ مثل دالة الحد بيانياً



❖ اذا كانت قيمة y اقل من الحد فنظلل تحت الحد واذا كانت قيمة y اكبر من الحد فنظلل فوق الحد .

بسط كلا مما يأتي :

$$\sqrt{36y^6} \quad (2A)$$

$$\sqrt{36y^6} = 6 |y^3|$$

$$\sqrt[4]{16(x-3)^{12}} \quad (2B)$$

$$\sqrt[4]{16(x-3)^{12}} = 2 |(x-3)^3|$$

بسط كلا مما يأتي :

$$\sqrt[3]{8x^6} \quad (1A)$$

$$\sqrt[3]{8x^6} = 2x^2$$

$$-\sqrt{(y+7)^{16}} \quad (1B)$$

$$-\sqrt{(y+7)^{16}} = -(y+7)^8$$

كيفية إيجاد الجذور :

- (1) حلل العدد الى عوامله الأولية .
- (2) اكتب العدد على صورة اسية .
- (3) اقسم الاس على دليل الجذر .

3B قياس : اذا كانت مساحة سطح كرة تساوي 214.5 in^2 , فاوجد حجم الكرة .

$$S = \sqrt[3]{36\pi v^2}$$

$$214.5 = \sqrt[3]{36\pi v^2}$$

$$(214.5)^3 = 36\pi v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{(214.5)^3}{36\pi}}$$

$$\approx 295.4 \text{ in}^3$$

3A قياس : يمكن إيجاد مساحة سطح كرة اذا علم حجمها , باستعمال الدالة

$$S = \sqrt[3]{36\pi v^2} \text{ , حيث } v \text{ تمثل حجم الكرة . اوجد مساحة سطح كرة حجمها } 200 \text{ in}^3$$

$$S = \sqrt[3]{36\pi v^2}$$

$$= \sqrt[3]{36\pi (200)^2}$$

$$\approx 165 \text{ in}^2$$

بسط كلا مما يأتي :

$$\sqrt{12d^3c^{12}} \quad (1A)$$

$$\sqrt{12d^3c^{12}}$$

$$= 2d c^6 \sqrt{3d}$$

$$\sqrt[3]{27y^{12}z^7} \quad (1B)$$

$$\sqrt[3]{27y^{12}z^7}$$

$$= 3y^4 z^2 \sqrt[3]{z}$$

بسط كلا مما يأتي :

$$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} \quad (2A)$$

$$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} = \frac{a^4 \sqrt{a}}{b^2 \sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4 \sqrt{a}}{b^2 \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4 \sqrt{ab}}{b^3}$$

$$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}} \quad (2B)$$

$$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}} = \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{4y}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^4 y^4}}{\sqrt[5]{4^4 y^4}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{\sqrt[5]{4^5 y^5}} = \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{4y}$$

$$= \frac{2\sqrt[5]{24y^4}}{4y} = \frac{\sqrt[5]{24y^4}}{2y}$$

$$4\sqrt{8} + 3\sqrt{50} \text{ (4A)}$$

$$4\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$$

$$= 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2}$$

$$= (8 + 15)\sqrt{2}$$

$$= 23\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128} \text{ (4B)}$$

$$5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128}$$

$$= 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

$$= (10 + 6)\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

$$= 16\sqrt{3} - 8\sqrt{2}$$

بسط العبارات الجذرية :

$$6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3} \text{ (3A)}$$

$$6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3} = 6 \cdot 4 \sqrt{8c^3d^5 \cdot 2cd^3}$$

$$= 24\sqrt{16c^4d^8}$$

$$= 96c^2d^4$$

$$2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2} \text{ (3B)}$$

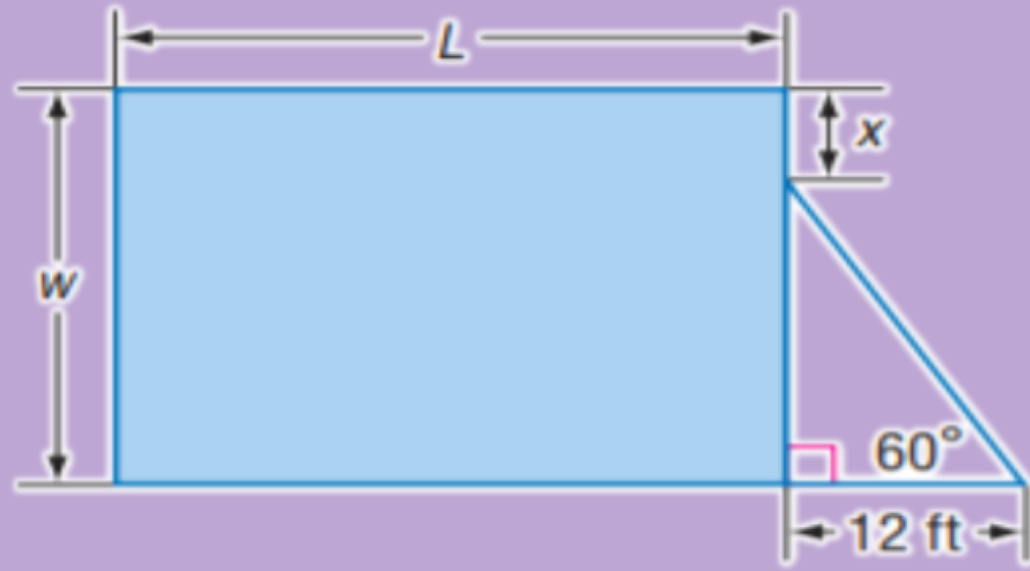
$$2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2}$$

$$= 2 \cdot 3 \sqrt[4]{8x^3y^2 \cdot 2x^5y^2}$$

$$= 24\sqrt[4]{16x^8y^4}$$

$$= 12x^2|y|$$

هندسة : اذا كانت مساحة المستطيل في الشكل المجاور تساوي $900f t^2$ ، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل L بدلالة x ، ثم بسطها .



$$A = W \cdot L$$

$$900 = W \cdot L$$

$$L = \frac{900}{W}$$

$$L = \frac{900}{12\sqrt{3} + x} \cdot \frac{12\sqrt{3} - x}{12\sqrt{3} - x}$$

$$L = \frac{10800\sqrt{3} - 900x}{432 - x^2}$$

بسط العبارات الجذرية :

$$(6\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \quad (5A)$$

$$(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})(6\sqrt{3} - 5)$$

$$= 6\sqrt{3}(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$$

$$= 12\sqrt{15} + 24\sqrt{6} - 10\sqrt{5} - 20\sqrt{2}$$

$$(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) \quad (5B)$$

$$(3\sqrt{3} + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$$

$$= 49 \cdot 2 - 9 \cdot 3$$

$$= 98 - 27$$

$$= 71$$

اوجد قيمة كل عبارة مما يأتي :

$$-3125^{-\frac{1}{5}} \quad (2A)$$

$$-3125^{-\frac{1}{5}} = -\frac{1}{3125^{\frac{1}{5}}}$$

$$= -\frac{1}{(5^5)^{\frac{1}{5}}}$$

$$= -\frac{1}{5}$$

$$256^{\frac{3}{8}} \quad (2B)$$

$$256^{\frac{3}{8}}$$

$$= (2^8)^{\frac{3}{8}}$$

$$= 8$$

(1A) اكتب $a^{\frac{1}{5}}$ على الصورة الجذرية .

$$a^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a}$$

(1B) اكتب $\sqrt[8]{c}$ على الصورة الاسية .

$$\sqrt[8]{c} = c^{\frac{1}{8}}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي :

$$p^{\frac{1}{4}} \cdot p^{\frac{9}{4}} \quad (4A)$$

$$\begin{aligned} p^{\frac{1}{4}} \cdot p^{\frac{9}{4}} &= p^{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\ &= p^{\frac{10}{4}} \\ &= p^{\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

$$r^{-\frac{4}{5}} \quad (4B)$$

$$\begin{aligned} r^{-\frac{4}{5}} &= \frac{1}{r^{\frac{4}{5}}} \\ &= \frac{1}{r^{\frac{4}{5}}} \cdot \frac{r^{\frac{1}{5}}}{r^{\frac{1}{5}}} \\ &= \frac{r^{\frac{1}{5}}}{r} \end{aligned}$$

3) ثقافة مالية : افترض ان ثمن لتر الحليب الان 4 ريال . فكم سيزيد الثمن بعد تسعة اشهر , اذا كان معدل التضخم المالي السنوي 5.3% ؟

$$\begin{aligned} P &= C (1 + r)^n \\ &= 4 (1 + 0.053)^{\frac{9}{12}} \\ &\approx 4.16 \end{aligned}$$

0.16 = 4.16 - 4 اذا سيزيد ثمن لتر الحليب بعد تسعة اشهر بمقدار 0.16 ريالاً تقريباً .

بسط كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}} \quad (5A)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}} &= \frac{32^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{(2^5)^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2)^{\frac{5}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{5}{4} - \frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{15}{12} - \frac{4}{12}} = 2^{\frac{11}{12}} \\ &= \sqrt[12]{2^{11}} \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{16x^4} \quad (5B)$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2^4 x^4} &= \sqrt[3]{16x^4} \\ &= \sqrt[3]{2 \cdot 2^3 \cdot x \cdot x^3} \\ &= 2x \sqrt[3]{2x} \end{aligned}$$

بسط كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{y^{\frac{1}{2}} + 2}{y^{\frac{1}{2}} - 2} \quad (4C)$$

$$\begin{aligned} \frac{y^{\frac{1}{2}} + 2}{y^{\frac{1}{2}} - 2} &= \frac{y^{\frac{1}{2}} + 2}{y^{\frac{1}{2}} - 2} \cdot \frac{y^{\frac{1}{2}} + 2}{y^{\frac{1}{2}} + 2} \\ &= \frac{y + 2y^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{2}} + 4}{y - 4} \\ &= \frac{y + 4y^{\frac{1}{2}} + 4}{y - 4} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x + 15} = 5 + \sqrt{x} \quad (1B)$$

$$\sqrt{x + 15} = 5 + \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x + 15})^2 = (5 + \sqrt{x})^2$$

$$x + 15 = 25 + 10\sqrt{x} + x$$

$$15 = 25 + 10\sqrt{x}$$

$$10\sqrt{x} = -10$$

$$\sqrt{x} = -1$$

$$x = 1$$

تحقق:

$$\sqrt{x + 15} = 5 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{1 + 15} = 5 + \sqrt{1}$$

$$\sqrt{16} = 5 + 1$$

$$4 = 6 \quad \times$$

لا يوجد حل حقيقي.

حل كل معادلة مما يأتي:

$$5 = \sqrt{x - 2} - 1 \quad (1A)$$

$$5 = \sqrt{x - 2} - 1$$

$$\sqrt{x - 2} = 6$$

$$(\sqrt{x - 2})^2 = 6^2$$

$$x - 2 = 36$$

$$x = 38$$

التحقق:

$$5 = \sqrt{x - 2} - 1$$

$$5 = \sqrt{38 - 2} - 1$$

$$= 6 - 1$$

$$5 = 5 \quad \checkmark$$

$$3(5y - 1)^{\frac{1}{3}} - 2 = 0 \quad (2B)$$

$$3(5y - 1)^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$$

$$3(5y - 1)^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$(5y - 1)^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\left[(5y - 1)^{\frac{1}{3}}\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$5y - 1 = \frac{8}{27}$$

$$5y = \frac{8}{27} + 1$$

$$5y = \frac{8}{27} + \frac{27}{27}$$

$$y = \frac{7}{27}$$

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0 \quad (2A)$$

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} = -1$$

$$\left((3n + 2)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (-1)^3$$

$$3n + 2 = -1$$

$$3n = -3$$

تحقق:

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

$$(3(-1) + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

$$(-3 + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

$$(-1)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

$$-1 + 1 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

حل كل متباينة مما يأتي :

$$\sqrt{2x + 2} + 1 \geq 5 \quad (4A)$$

تعيين المجال :

$$2x + 2 \geq 0$$

$$2x \geq -2$$

$$x \geq -1$$

حل المتباينة :

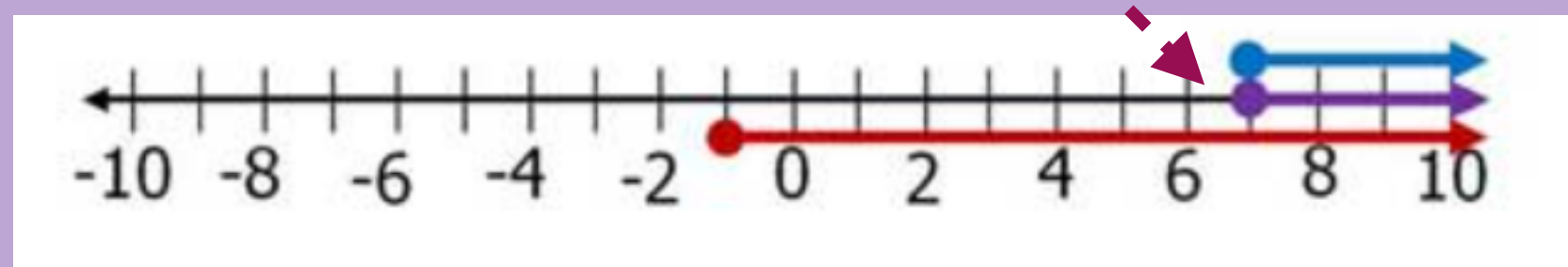
$$\sqrt{2x + 2} + 1 \geq 5$$

$$\sqrt{2x + 2} \geq 4$$

$$2x + 2 \geq 16$$

$$2x \geq 14$$

$$x \geq 7$$



$$x = 37 \quad (D)$$

$$x = 29 \quad (C)$$

$$x = 25 \quad (B)$$

$$x = 7 \quad (A)$$

$$4(3x + 6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0 \quad (3)$$

$$4(3x + 6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$$

$$4(3x + 6)^{\frac{1}{4}} = 12$$

$$(3x + 6)^{\frac{1}{4}} = 3$$

$$\left[(3x + 6)^{\frac{1}{4}}\right]^4 = (3)^4$$

$$3x + 6 = 81$$

$$3x = 75$$

$$x = 25$$

الإجابة : B

$$\sqrt{4x - 4} - 2 < 4 \quad (4B)$$

تعيين المجال:

$$4x - 4 \geq 0$$

$$4x \geq 4$$

$$x \geq 1$$

حل المتباينة

$$\sqrt{4x - 4} - 2 < 4$$

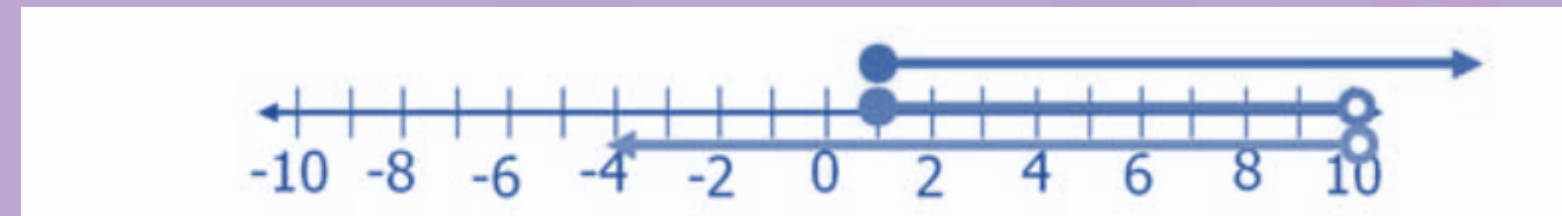
$$\sqrt{4x - 4} < 6$$

$$4x - 4 < 36$$

$$4x < 40$$

$$x < 10$$

$$1 \leq x < 10$$



المراجع

ماجروهيل رياضيات ثاني ثانوي (رياضيات 3) الفصل الدراسي الأول ، وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار .

استخدام برنامج desmos .

الخاتمة

نسأل الله قبول هذا العمل ، وأن يكون هذا الإنجاز قد نال شيئاً من إعجابكم .

تم بحمد الله وتوفيقه

تطوير - إنتاج - توثيق